



Introdução à Assimilação de Dados (MET 563-3)

Histórico da Assimilação de Dados - Cressman (1959)

Dr. Carlos Frederico Bastarz
Dr. Dirceu Luis Herdies

Programa de Pós-Graduação em Meteorologia
(PGMET) do INPE

01 de Outubro de 2025

Histórico da Assimilação de Dados

Retomando...

- Década de 1950: primeiras previsões numéricas do tempo
- Limitações computacionais inviabilizavam métodos mais precisos
- Bergthórsson e Döös (1955)
 - Primeira formulação prática de análise objetiva
- Cressman (1959)
 - Propõe correções sucessivas com raio de influência decrescente



MONTHLY WEATHER REVIEW

JAMES E. CASKEY, JR., Editor

Volume 87
Number 10

OCTOBER 1959

Closed December 15, 1959
Issued January 15, 1960

AN OPERATIONAL OBJECTIVE ANALYSIS SYSTEM

GEORGE P. CRESSMAN

U.S. Weather Bureau, Washington, D.C.

[Manuscript received September 28 1959; revised November 25, 1959]

ABSTRACT

The system of objective weather map analysis used at the Joint Numerical Weather Prediction Unit is described. It is an integral part of the automatic data processing system, and is designed to operate with a minimum of manual supervision. The analysis method, based mainly on the method of Bergthórsson and Döös, is essentially a method of applying corrections to a first guess field. The corrections are determined from a comparison of the data with the interpolated value of the guess field at the observation point. For the analysis of the heights of a pressure surface the reported wind is taken into account in determining the lateral gradient of the correction to be applied. A series of scans of the field is made, each scan consisting of application of corrections on a smaller lateral scale than during the previous scan.

The analysis system is very flexible, and has been used to analyze many different types of variables. An example of horizontal divergence computed from a direct wind analysis is shown.

1. INTRODUCTION

The process of transforming data from observations at irregularly spaced points into data at the points of a regularly arranged grid has often been referred to as "objective analysis." An objective analysis scheme must perform several functions, namely, interpolation, removal of data errors, smoothing, and, in most applications, should contain some method of insuring internal consistency.

The method of analysis originally suggested by Panofsky [9] and modified to the system described by Gilchrist and Cressman [5], consisted of fitting some kind of polynomial by least squares to the data. Further efforts with this method were described by Cressman [4] and by Johnson [7]. This method, originally designed for areas of relatively dense and redundant data, did not prove too practical for use over a hemispheric area. Much of the hemispheric area is characterized by a few widely scattered observations, which one desires to fit as exactly as possible. The least squares polynomial scheme tended to develop instabilities of a

certain type over such an area. Considerable effort was necessary to control these (Cressman [4]). Furthermore, the formation of the matrix elements and the matrix triangularization required at each grid point involved considerable computation. As a result of these considerations, the Joint Numerical Weather Prediction (JNWP) Unit, after extensive trials of the above-mentioned scheme, changed its analysis procedure to the one described in the following sections. The system described below is based essentially on the general method described by Bergthórsson and Döös [2] and resembles to some extent the method recently reported by Haug [6].

2. PREPARATION OF THE DATA

One of the major problems in the practical application of any objective analysis scheme is the problem of data reliability and the detection and elimination of errors in the data. For this reason, a short description of the data preparation method follows.

Histórico da Assimilação de Dados

An Operational Objective Analysis System (Cressman, 1959)

- É o Método de Correções Sucessivas
 1. Inicia-se com um campo de background
 2. Utiliza-se as observações distribuídas de forma irregular no espaço
 3. Ajusta-se iterativamente o background em direção às observações:
 - Inicia-se com raio de influência grande
 - Reduz-se o raio de influência até que o campo de background convirja para as observações
- https://journals.ametsoc.org/view/journals/mwre/87/10/1520-0493_1959_087_0367_aooas_2_0_co_2.xml

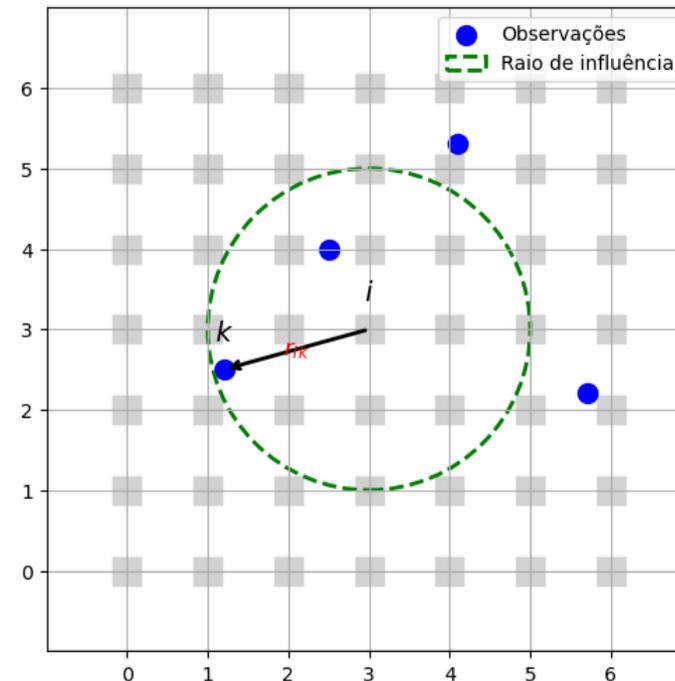
Histórico da Assimilação de Dados

An Operational Objective Analysis System (Cressman, 1959)

Detalhes da formulação (segundo Kalnay, 2003)

$$f_i^{n+1} = f_i^n + \left[\frac{\sum_{k=1}^{K_i^n} w_{ik}^n (f_k^O - f_k^n)}{\sum_{k=1}^{K_i^n} w_{ik}^n + \varepsilon^2} \right] \quad \text{ou} \quad f_i^{n+1} = f_i^n + W(f_k^O - f_k^n) \quad , \quad W = \frac{\sum_{k=1}^{K_i^n} w_{ik}^n}{\sum_{k=1}^{K_i^n} w_{ik}^n + \varepsilon^2}$$

- Onde,
 - f_i^{n+1} é a enésima estimativa no ponto de grade i
 - f_k^O é a k -ésima observação ao redor do ponto de grade i
 - f_k^n é o valor do enésimo campo de background no ponto de observação k
 - K_i^n é o número de observações dentro da distância R^n do ponto de grade i
 - ε^2 é a estimativa da razão entre a variância do erro da observação e o da variância do erro do background



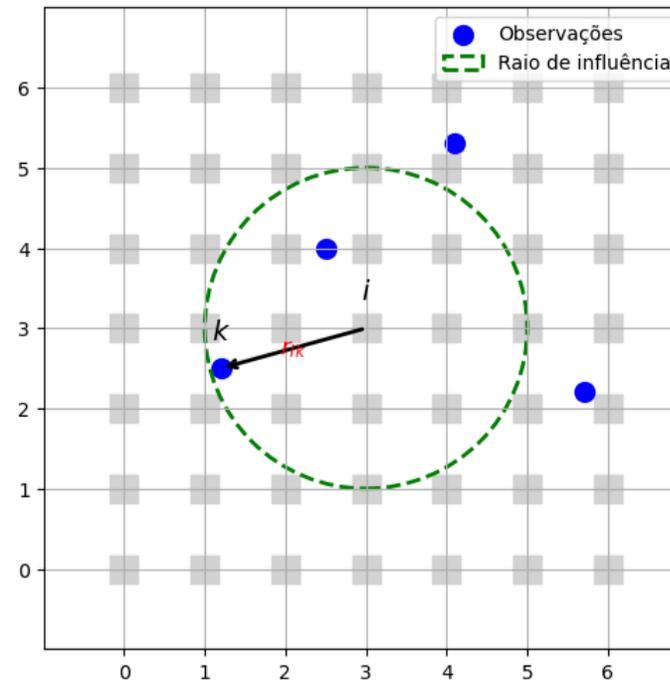
Histórico da Assimilação de Dados

An Operational Objective Analysis System (Cressman, 1959)

- No Método de Correções Sucessivas de Cressman, os pesos w_{ik}^n são definidos como:

$$\begin{cases} w_{ik}^n = \frac{R_n^2 - r_{ik}^2}{R_n^2 + r_{ik}^2}, & r_{ik}^2 \leq R_n^2 \\ w_{ik}^n = 0, & r_{ik}^2 > R_n^2 \end{cases}$$

- Onde,
 - r_{ik}^2 é o quadrado da distância entre um ponto de observação r_k e um ponto de grade r_i
 - R_n^2 é o quadrado do enésimo raio de influência
- Observações mais próximas têm maior peso



Histórico da Assimilação de Dados

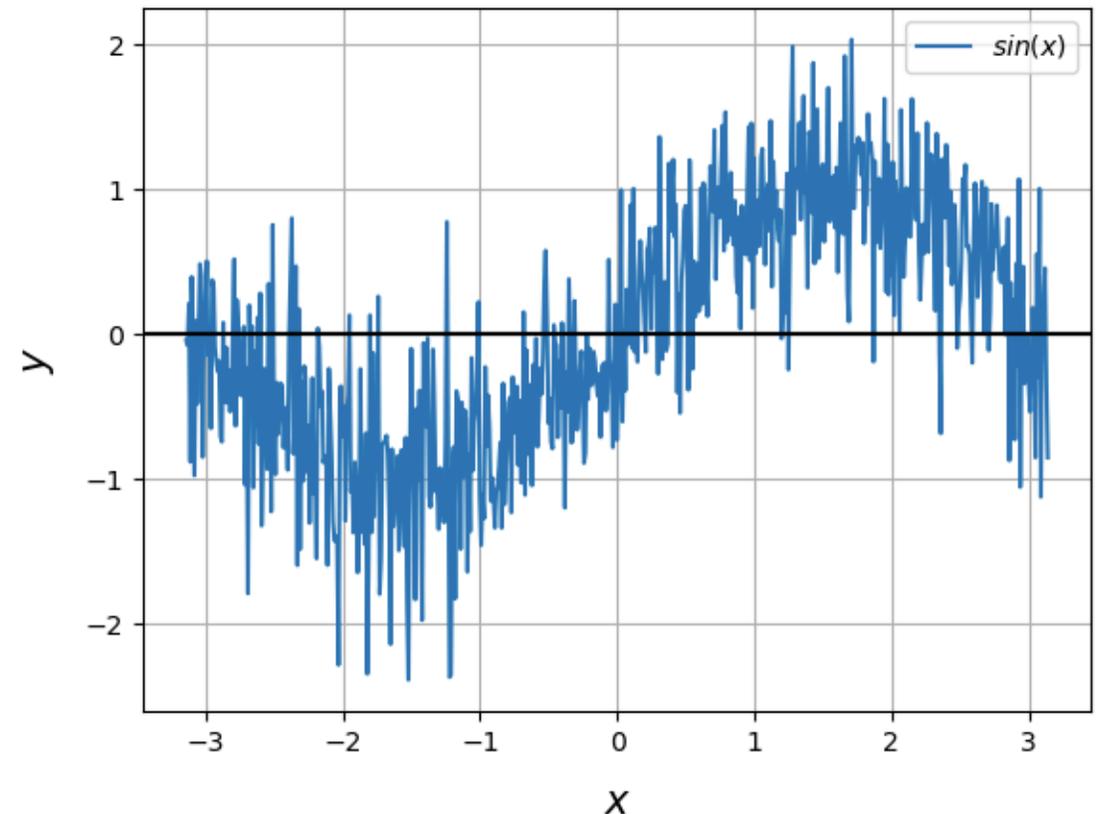
An Operational Objective Analysis System (Cressman, 1959)

Exemplo 1D

- Considere um modelo matemático simples:

$$f(\mathbf{x}) = \sin(\mathbf{x}) + \varepsilon, \quad \varepsilon \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2), \quad -\pi \leq \mathbf{x} \leq \pi$$

- A função seno com a adição de um ruído normalmente distribuído



Histórico da Assimilação de Dados

An Operational Objective Analysis System (Cressman, 1959)

Exemplo 1D

```
x = np.arange(-np.pi, np.pi, 0.01)
xb_seno = np.sin(x)
```

- Outra forma de acrescentar o ruído:

```
sigma = 0.5
#ruído = np.random.randn(len(x)) * sigma
ruído = np.random.randn(*x.shape) * sigma →

xb = xb_seno + ruído
```

Histórico da Assimilação de Dados

An Operational Objective Analysis System (Cressman, 1959)

Exemplo 1D

```
# Posições
obs_pos = np.array([-2.2, -2.1, -2.0, -1.8, 0.9, 1, 2, 3])

# Valores medidos
obs_vals = np.array([-2.2, -1.8, 0.9, 0, 1, 2, 3, 4])
```

Histórico da Assimilação de Dados

An Operational Objective Analysis System (Cressman, 1959)

Exemplo 1D

```
# Função peso de Cressman

def weight(r, R):
    w = (R**2 - r**2) / (R**2 + r**2 + 1e-12) ➔
    w[r >= R] = 0.0
    return w
```

- Note que estamos utilizando um ruído extra ($\epsilon^2 = 10^{-12}$), o qual pode ser omitido - o que acontece nesse caso?

Histórico da Assimilação de Dados

An Operational Objective Analysis System (Cressman, 1959)

Exemplo 1D

```
# Raios das passagens sucessivas  
radii = [3.0, 2.0, 1.0, 0.5, 0.25, 0.175]
```

Histórico da Assimilação de Dados

An Operational Objective Analysis System (Cressman, 1959)

Exemplo 1D

```
xa = xb.copy()

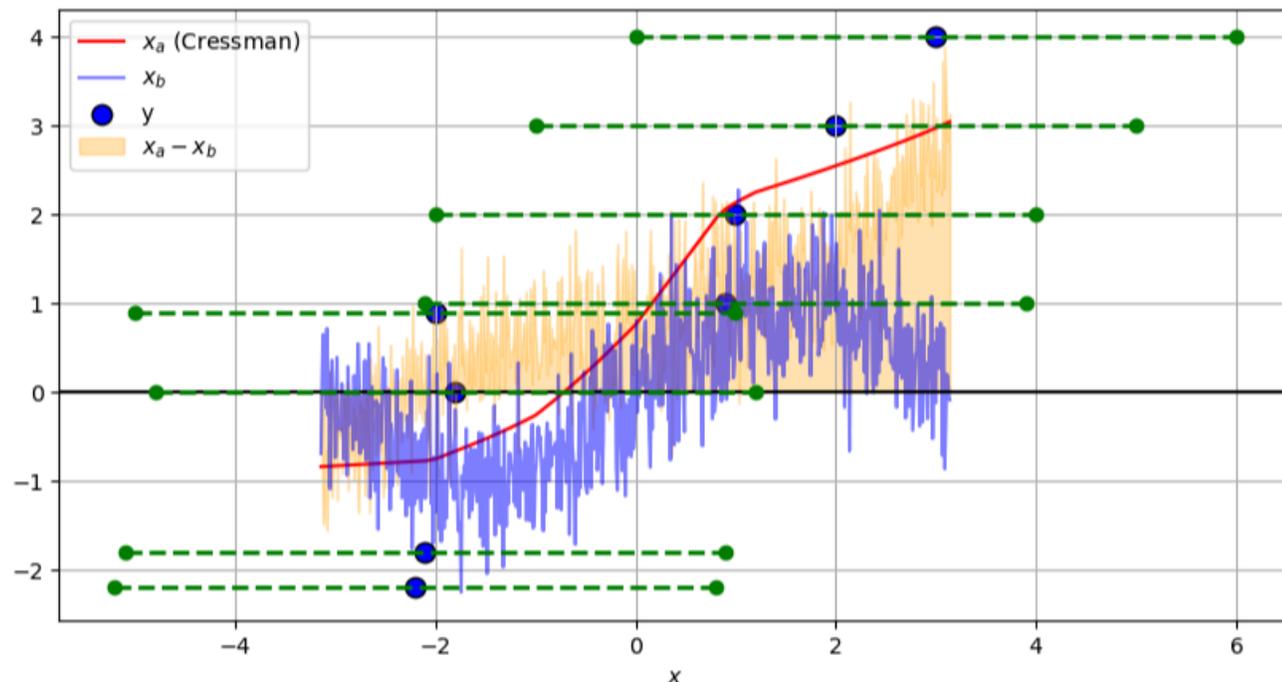
for R in radii:
    increments = np.zeros_like(xa)
    denom = np.zeros_like(xa)
    for xo, yo in zip(obs_pos, obs_vals):
        r = np.abs(x - xo)
        w = weight(r, R)
        increments += w * (yo - xa)
        denom += w
    # evita a divisão por zero
    mask = denom > 0
    xa[mask] += increments[mask] / denom[mask]
```

Histórico da Assimilação de Dados

An Operational Objective Analysis System (Cressman, 1959)

Exemplo 1D

- O que acontece quando escolhemos apenas 1 raio? $R = 3,0$

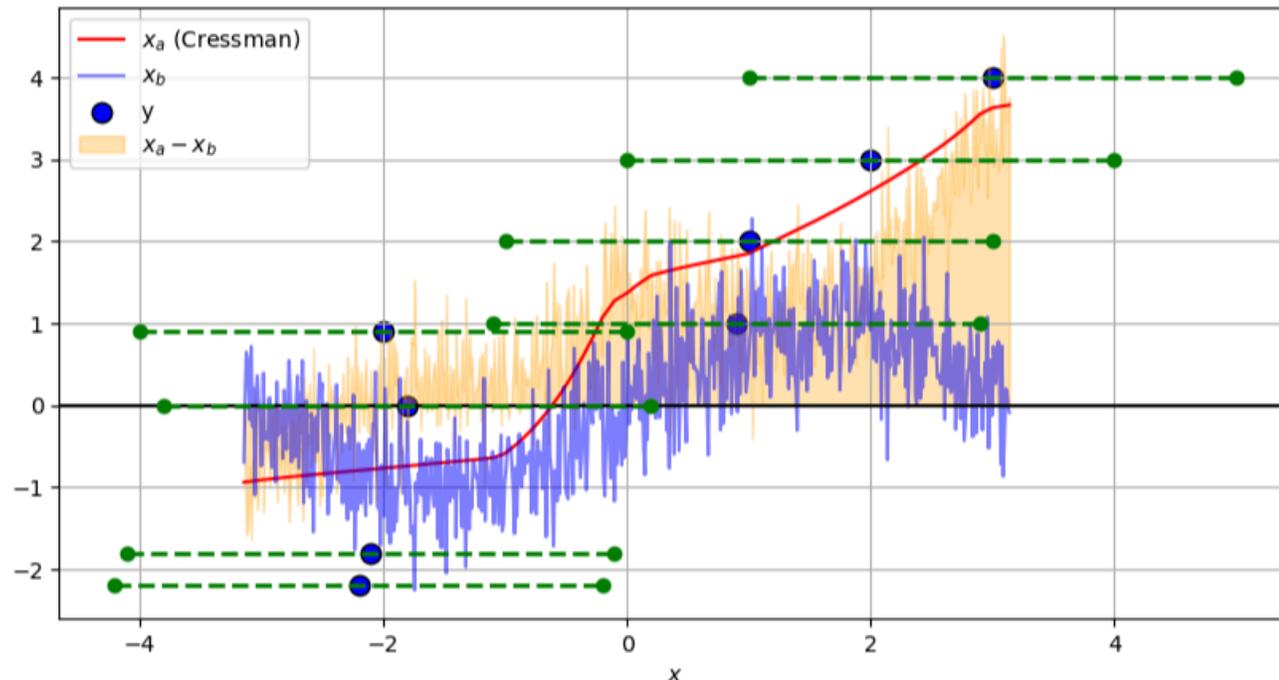


Histórico da Assimilação de Dados

An Operational Objective Analysis System (Cressman, 1959)

Exemplo 1D

- O que acontece quando escolhemos apenas 1 raio? $R = 2,0$

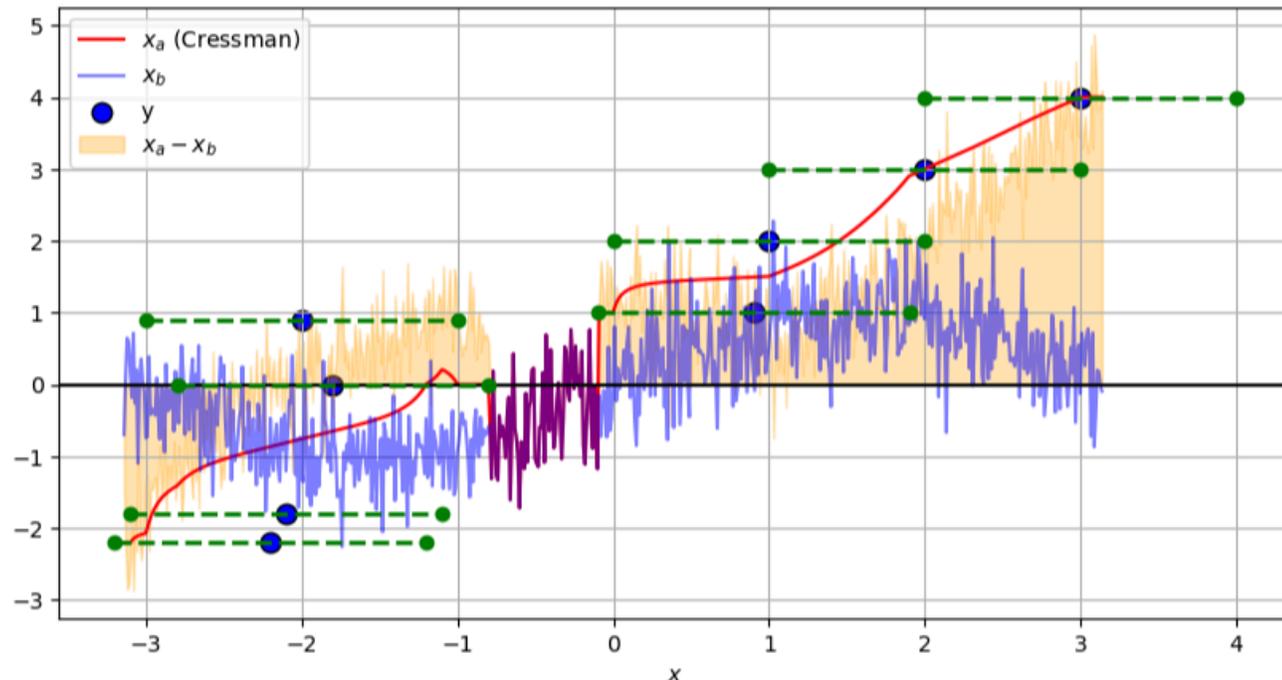


Histórico da Assimilação de Dados

An Operational Objective Analysis System (Cressman, 1959)

Exemplo 1D

- O que acontece quando escolhemos apenas 1 raio? $R = 1,0$

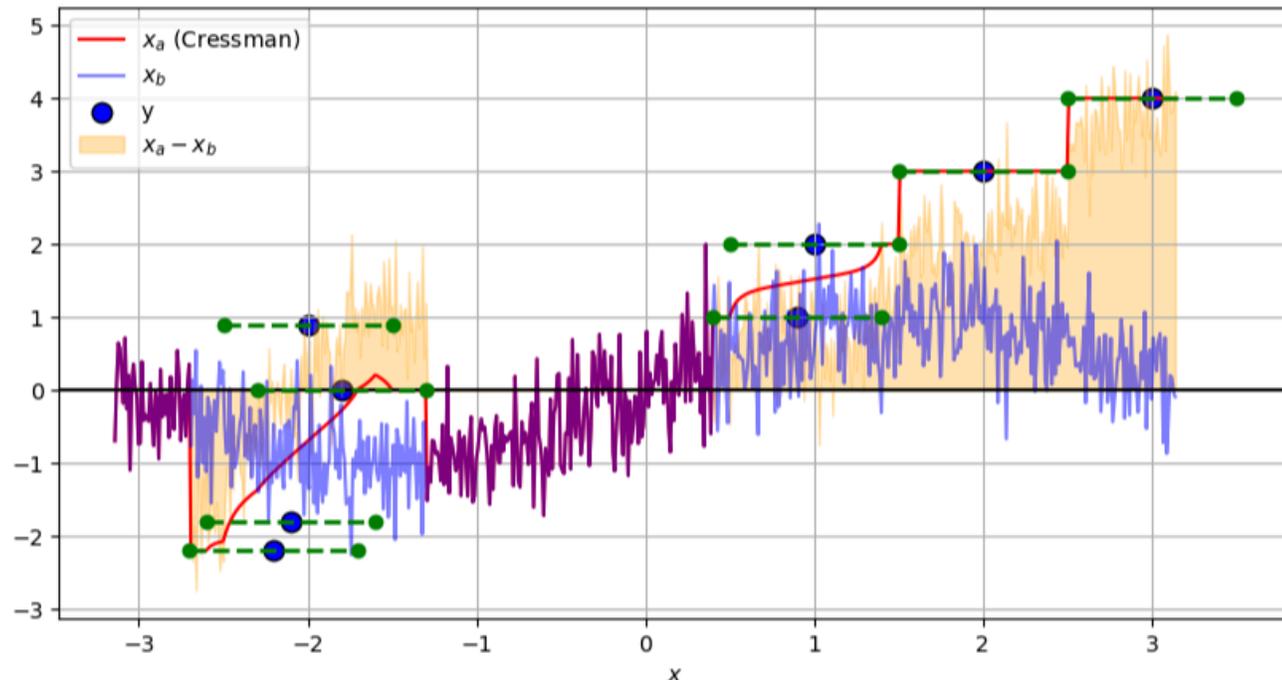


Histórico da Assimilação de Dados

An Operational Objective Analysis System (Cressman, 1959)

Exemplo 1D

- O que acontece quando escolhemos apenas 1 raio? $R = 0,5$

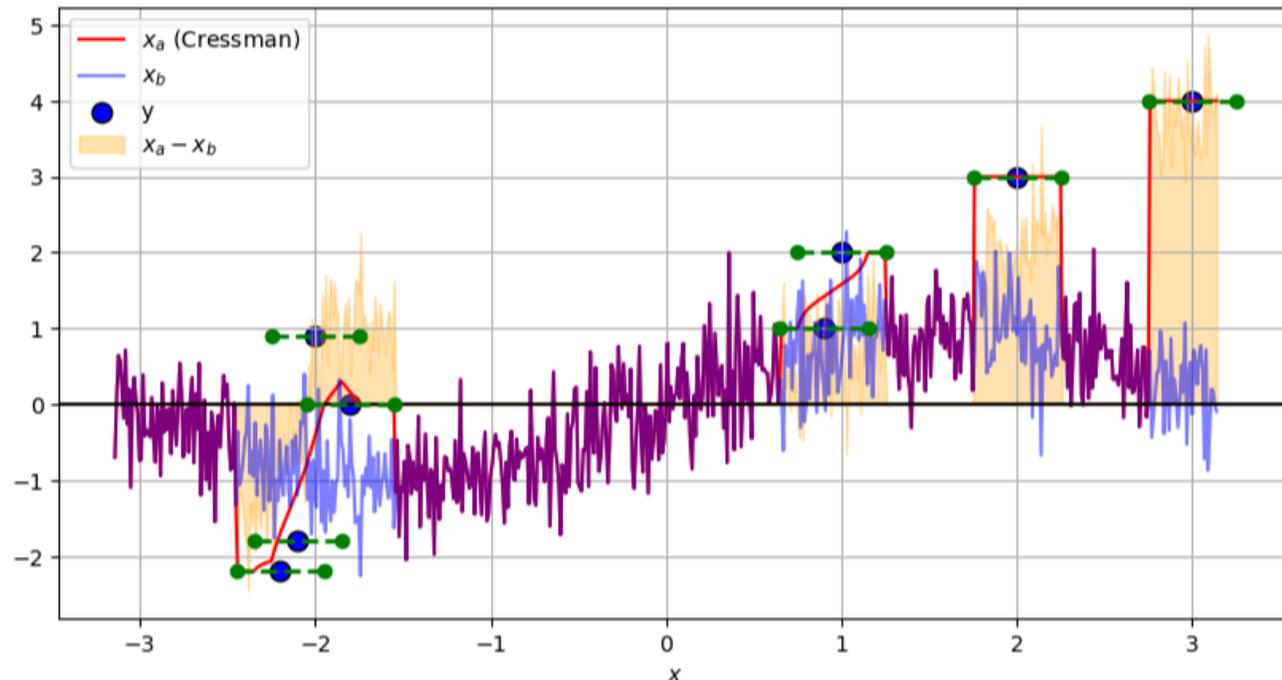


Histórico da Assimilação de Dados

An Operational Objective Analysis System (Cressman, 1959)

Exemplo 1D

- O que acontece quando escolhemos apenas 1 raio? $R = 0,25$

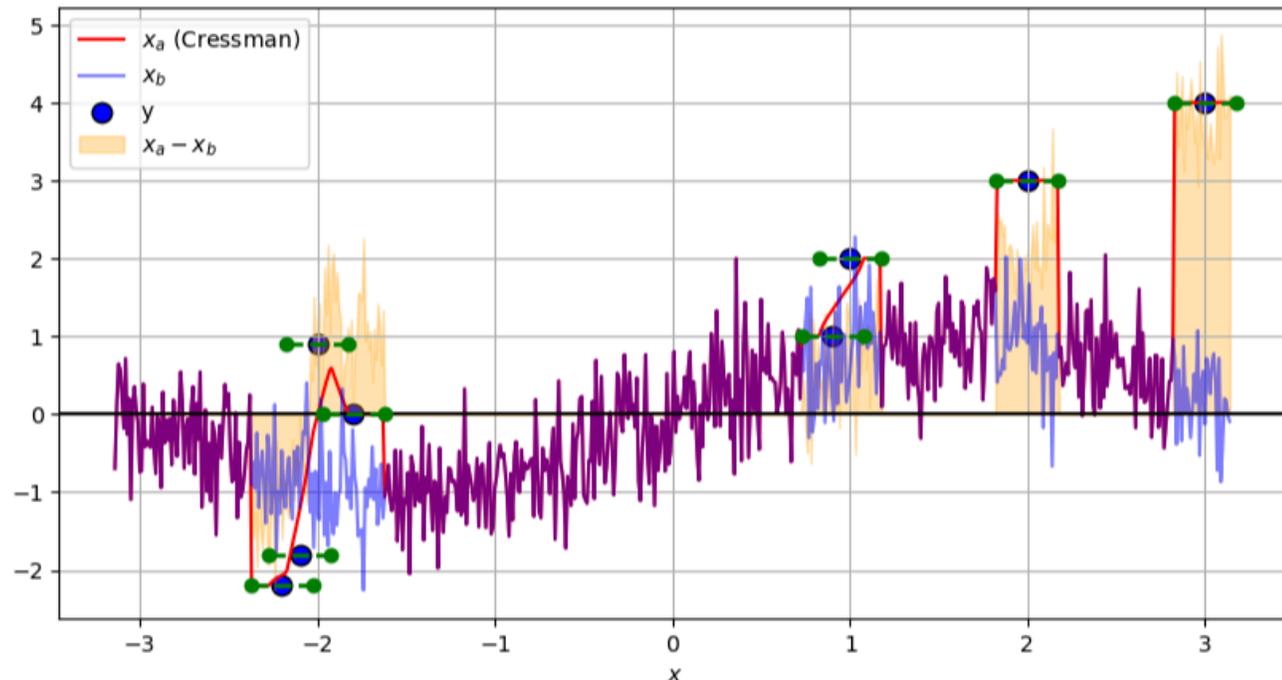


Histórico da Assimilação de Dados

An Operational Objective Analysis System (Cressman, 1959)

Exemplo 1D

- O que acontece quando escolhemos apenas 1 raio? $R = 0,175$

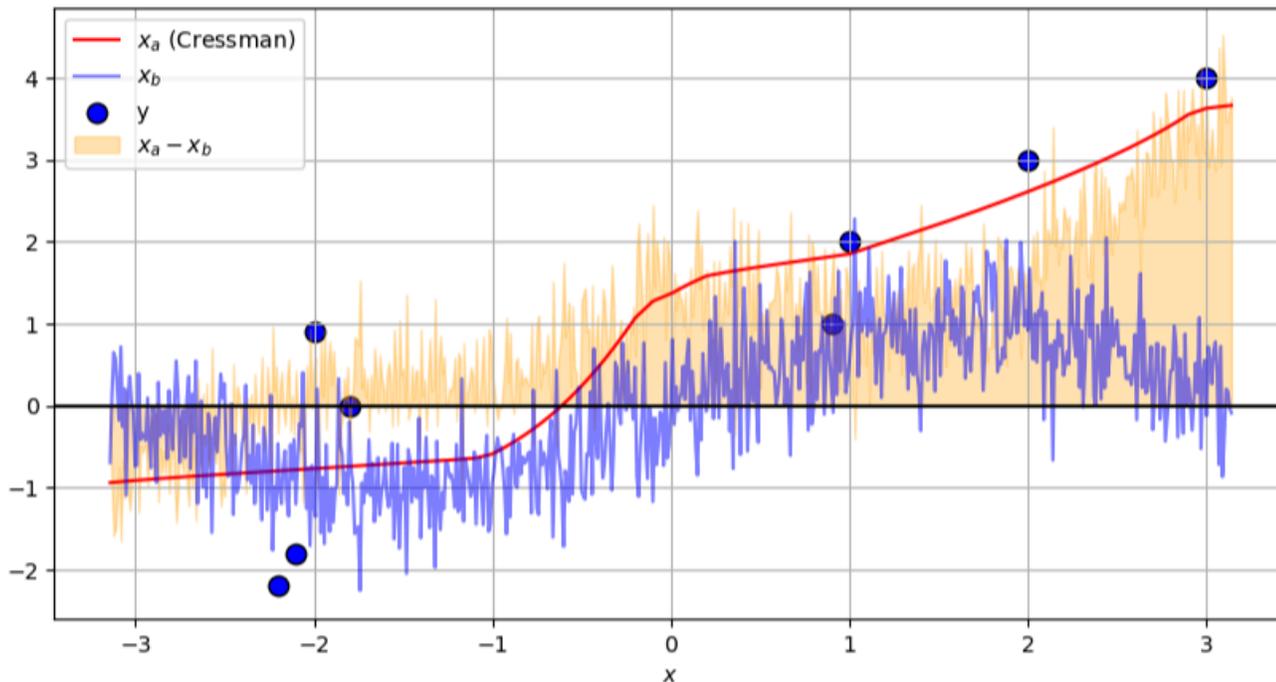


Histórico da Assimilação de Dados

An Operational Objective Analysis System (Cressman, 1959)

Exemplo 1D

- O que acontece quando escolhemos apenas 2 raios? $R = [3.0, 2.0]$

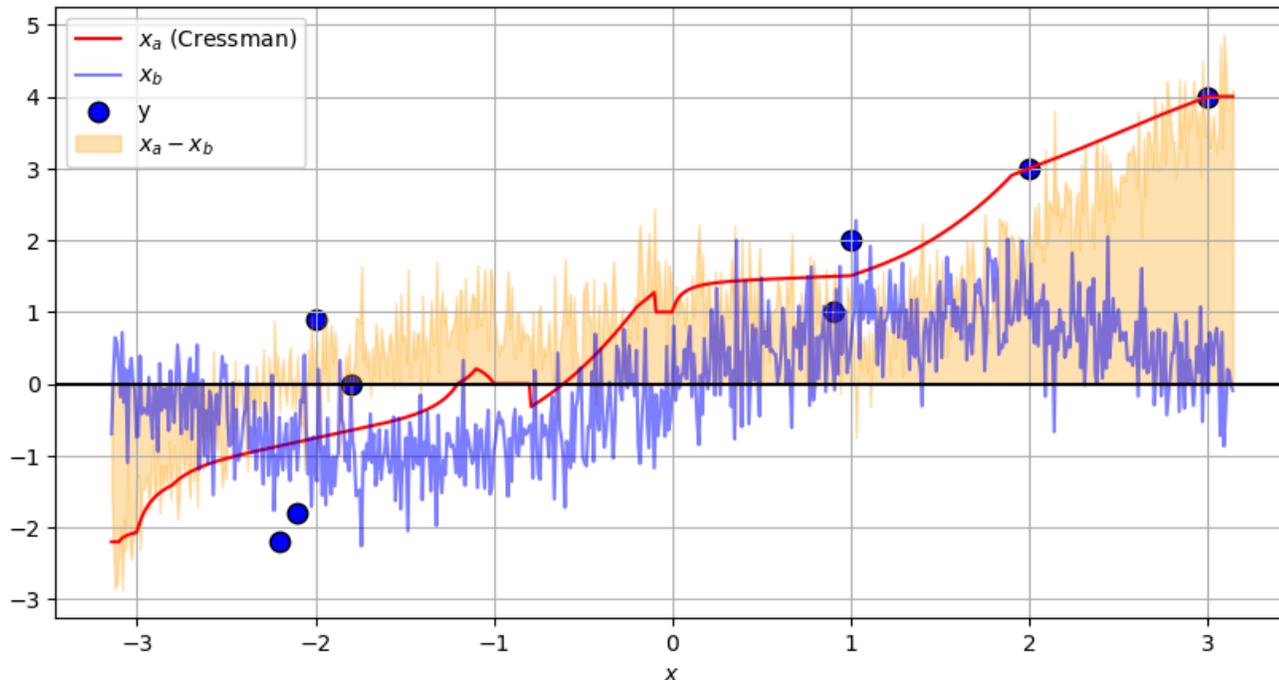


Histórico da Assimilação de Dados

An Operational Objective Analysis System (Cressman, 1959)

Exemplo 1D

- O que acontece quando escolhemos 3 raios? $R = [3.0, 2.0, 1.0]$

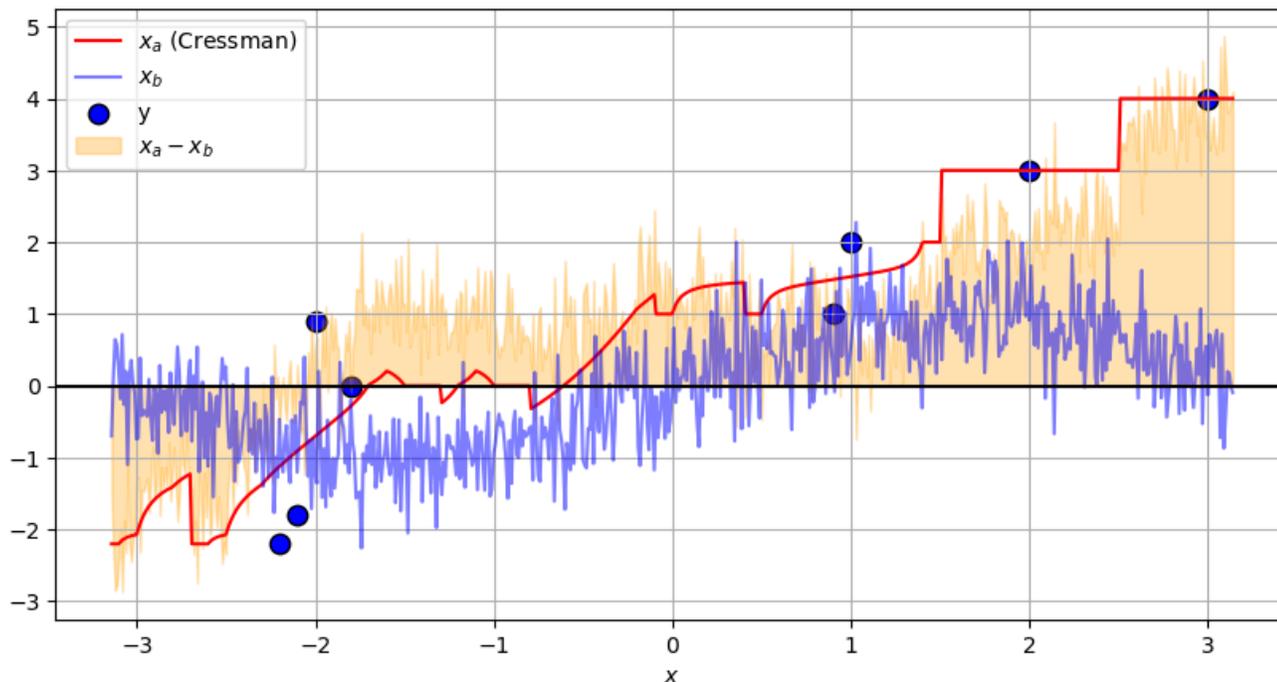


Histórico da Assimilação de Dados

An Operational Objective Analysis System (Cressman, 1959)

Exemplo 1D

- O que acontece quando escolhemos 4 raios? $R = [3.0, 2.0, 1.0, 0.5]$

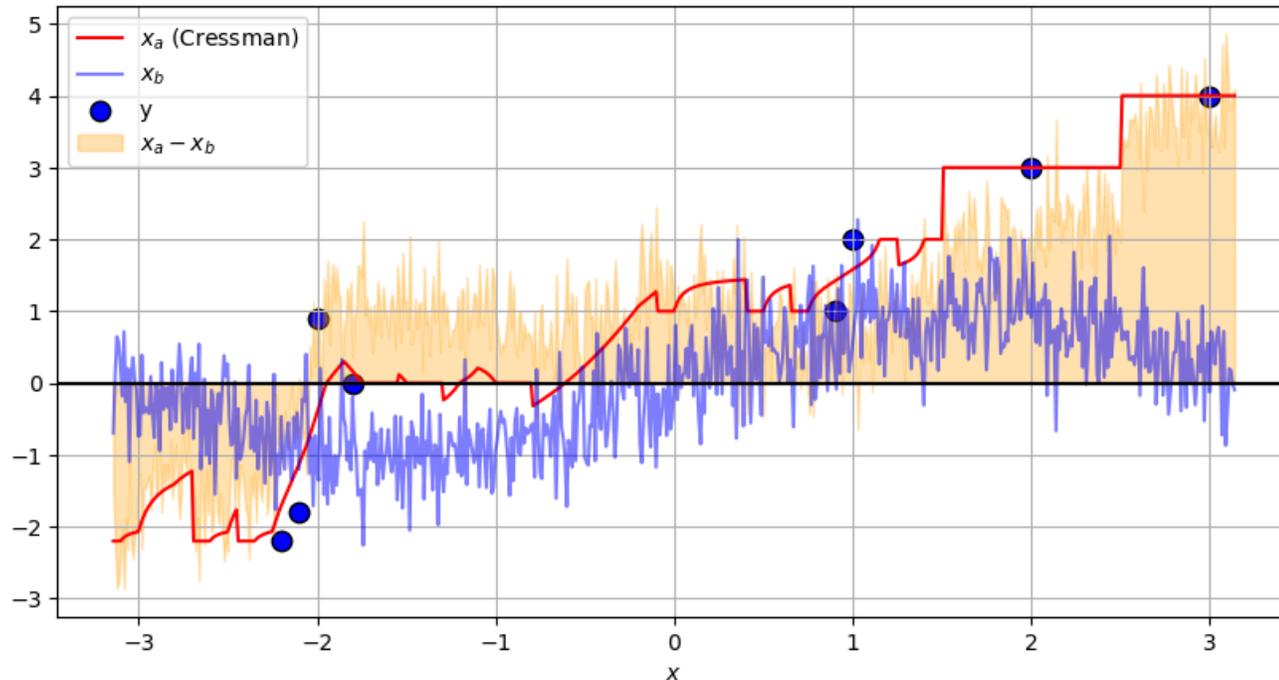


Histórico da Assimilação de Dados

An Operational Objective Analysis System (Cressman, 1959)

Exemplo 1D

- O que acontece quando escolhemos 5 raios? $R = [3.0, 2.0, 1.0, 0.5, 0.25]$

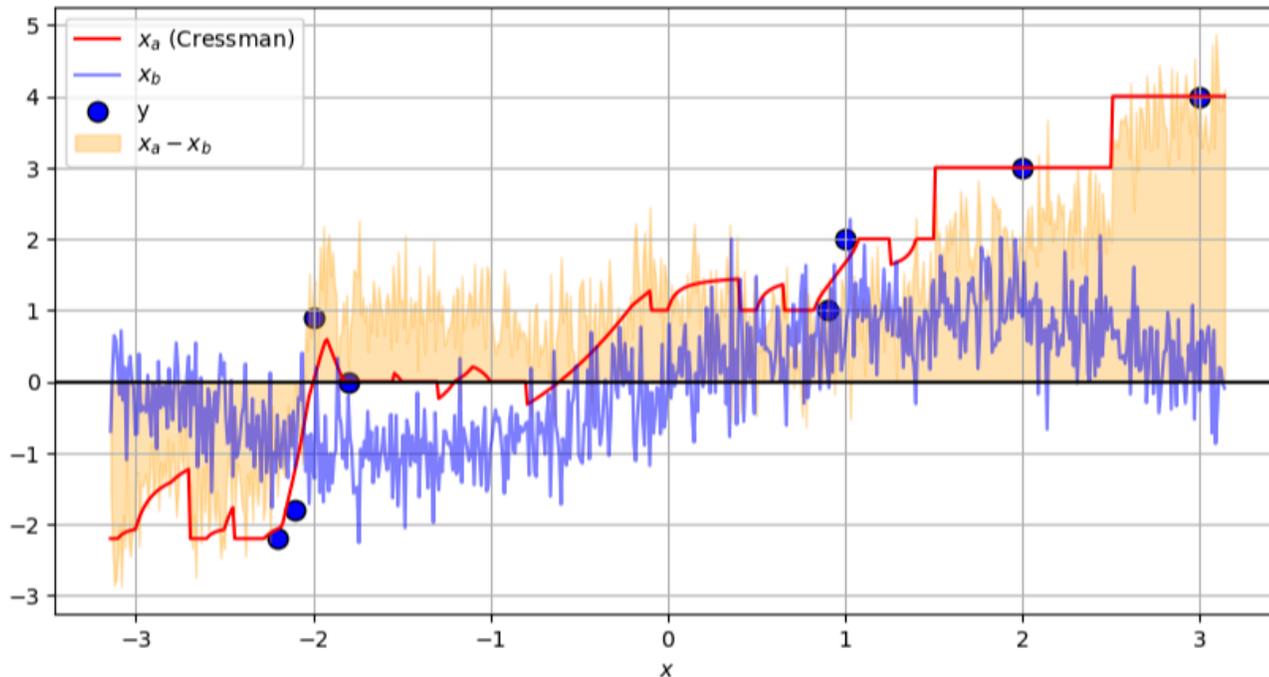


Histórico da Assimilação de Dados

An Operational Objective Analysis System (Cressman, 1959)

Exemplo 1D

- O que acontece quando escolhemos 6 raios? $R = [3.0, 2.0, 1.0, 0.5, 0.25, 0.75]$



Histórico da Assimilação de Dados

An Operational Objective Analysis System (Cressman, 1959)

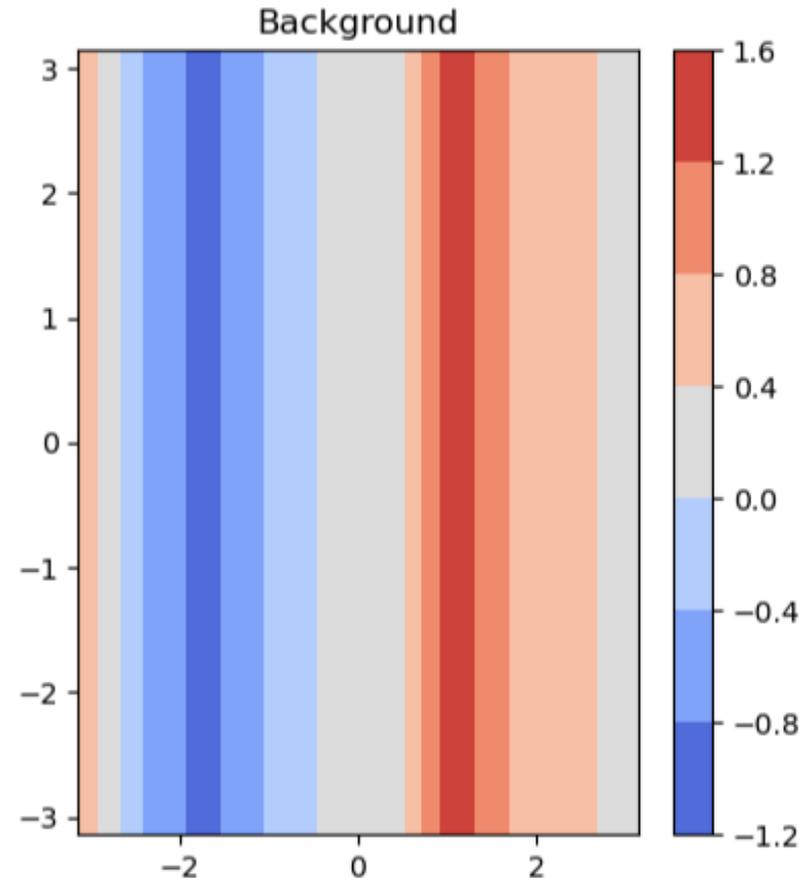
Exemplo 2D

- Considere um modelo matemático simples:

$$f(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \sin(\mathbf{x}) + \varepsilon, \quad \varepsilon \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2), \quad -\pi \leq \mathbf{x} \leq \pi, \quad -\pi \leq \mathbf{y} \leq \pi$$

- A função seno com a adição de um ruído normalmente distribuído
- Definimos um plano Cartesiano de 100 pontos onde esta função será aplicada
- 🖱️ Utilizando

```
ruído = np.random.randn(len(LON)) * sigma
```



Histórico da Assimilação de Dados

An Operational Objective Analysis System (Cressman, 1959)

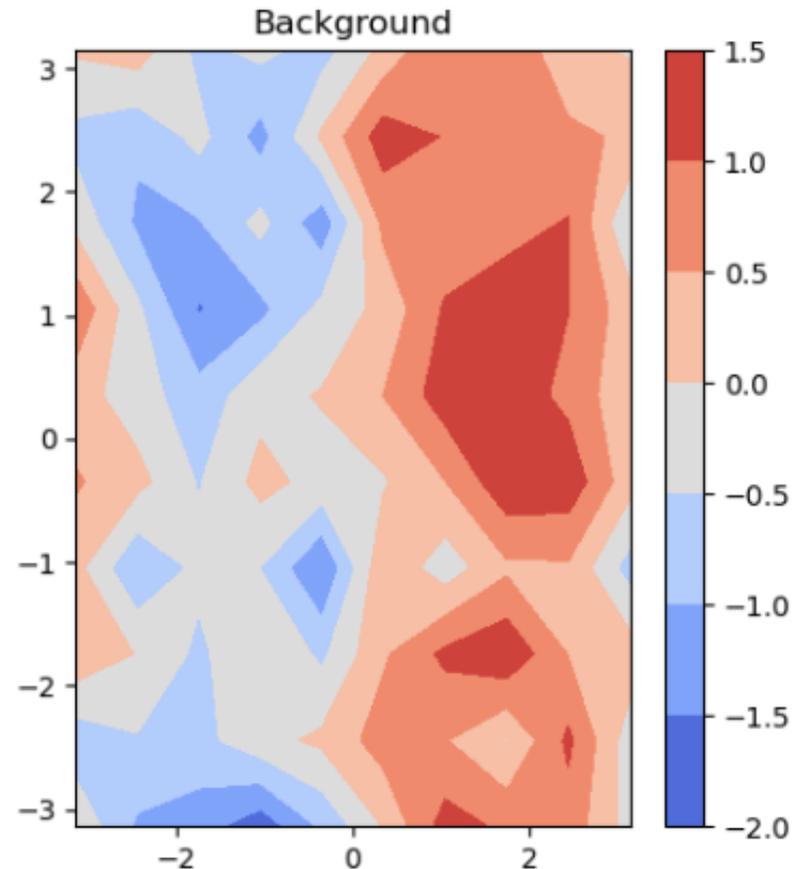
Exemplo 2D

- Considere um modelo matemático simples:

$$f(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \sin(\mathbf{x}) + \varepsilon, \quad \varepsilon \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2), \quad -\pi \leq \mathbf{x} \leq \pi, \quad -\pi \leq \mathbf{y} \leq \pi$$

- A função seno com a adição de um ruído normalmente distribuído
- Definimos um plano Cartesiano de 100 pontos onde esta função será aplicada
- 🖱️ Utilizando

```
ruído = np.random.randn(*LON.shape) *  
sigma
```



Histórico da Assimilação de Dados

An Operational Objective Analysis System (Cressman, 1959)

Exemplo 2D

- Definimos dois vetores com o domínio para x e y
- Definimos uma malha a partir dos valores do domínio

```
lon = np.linspace(-np.pi, np.pi, 10)
lat = np.linspace(-np.pi, np.pi, 10)

LON, LAT = np.meshgrid(lon, lat)
```

Histórico da Assimilação de Dados

An Operational Objective Analysis System (Cressman, 1959)

Exemplo 2D

- Aplicamos a função `sin` para os valores do domínio
- Definimos um ruído
- Somamos o ruído à função

```
xb_seno = np.sin(LON)

sigma = 0.5
ruído = np.random.randn(*LON.shape) * sigma

xb = xb_seno + ruído
```

Histórico da Assimilação de Dados

An Operational Objective Analysis System (Cressman, 1959)

Exemplo 2D

- Definição das posições e valores das observações

```
# Posições
obs_locs = np.array([[-2.2, -1],
                    [-2.1, 0.5],
                    [-2.0, -0.5],
                    [-1.8, 2],
                    [ 0.9, -2.8],
                    [ 1.0, 1.0],
                    [ 2.0, 0.0],
                    [ 3.0, 0.5]])

# Valores medidos
obs_vals = np.array([-1.0, -1.5, -2.0, -1.0, 1.0, 0.0, 0.5, 0.0])
```

Histórico da Assimilação de Dados

An Operational Objective Analysis System (Cressman, 1959)

Exemplo 2D

- Definição dos pesos dados em função da distância entre o ponto a ser analisado e as observações
- O peso será zero quando a observação estiver fora do raio de influência

```
def weight(dx, dy, R):  
    r2 = dx**2 + dy**2  
    R2 = R**2  
    w = (R2 - r2) / (R2 + r2 + 1e-12) ➔  
    w[r2 >= R2] = 0.0 ➔ zero fora do raio  
    return w
```

Histórico da Assimilação de Dados

An Operational Objective Analysis System (Cressman, 1959)

Exemplo 2D

- Definimos um vetor com os valores dos raios de influência
- Observe que, neste exemplo, os valores são adimensionais

```
radii = [3.0, 2.5, 2.0, 1.5, 1.0, 0.5] # passos sucessivos
```

Histórico da Assimilação de Dados

An Operational Objective Analysis System (Cressman, 1959)

Exemplo 2D

- Iniciamos a análise como sendo o background
- Para cada raio de influência, para cada observação, calculamos os pesos de acordo com o valor do raio de influência

```
xa = xb.copy()

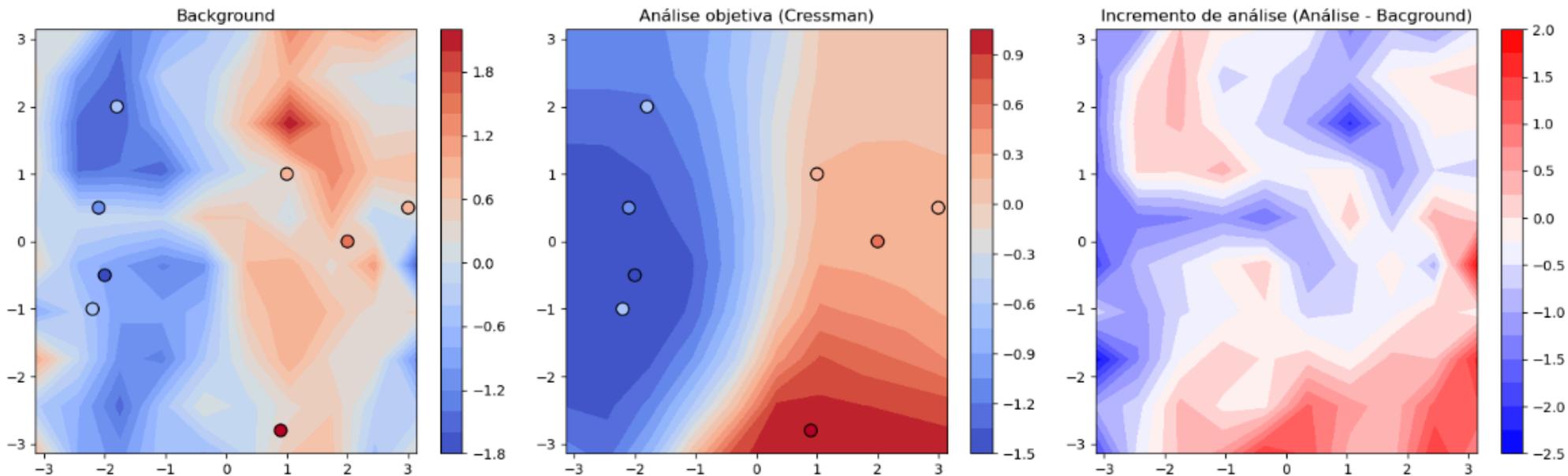
for R in radii:
    inc = np.zeros_like(xa)
    denom = np.zeros_like(xa)
    for (xo, yo), obs in zip(obs_locs, obs_vals):
        dx = LON - xo
        dy = LAT - yo
        w = weight(dx, dy, R)
        inc += w * (obs - xa)
        denom += w
    mask = denom > 0
    xa[mask] += inc[mask] / denom[mask]
```

Histórico da Assimilação de Dados

An Operational Objective Analysis System (Cressman, 1959)

Exemplo 2D

- O que acontece quando escolhemos apenas 1 raio? $R = 3.0$

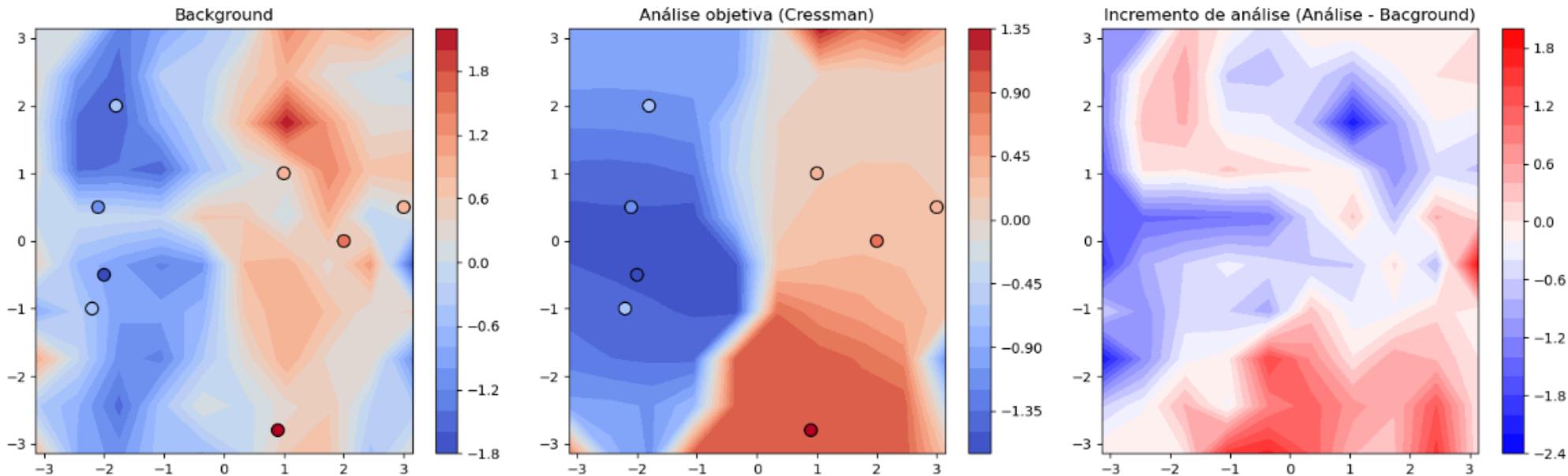


Histórico da Assimilação de Dados

An Operational Objective Analysis System (Cressman, 1959)

Exemplo 2D

- O que acontece quando escolhemos apenas 1 raio? $R = 2.0$

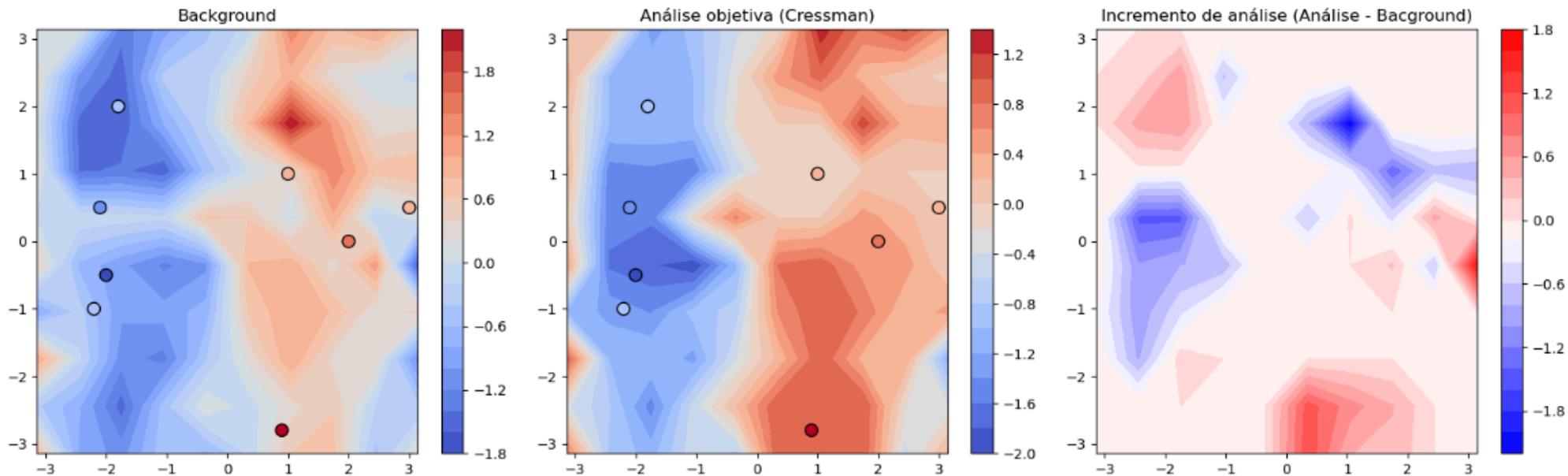


Histórico da Assimilação de Dados

An Operational Objective Analysis System (Cressman, 1959)

Exemplo 2D

- O que acontece quando escolhemos apenas 1 raio? $R = 1.0$

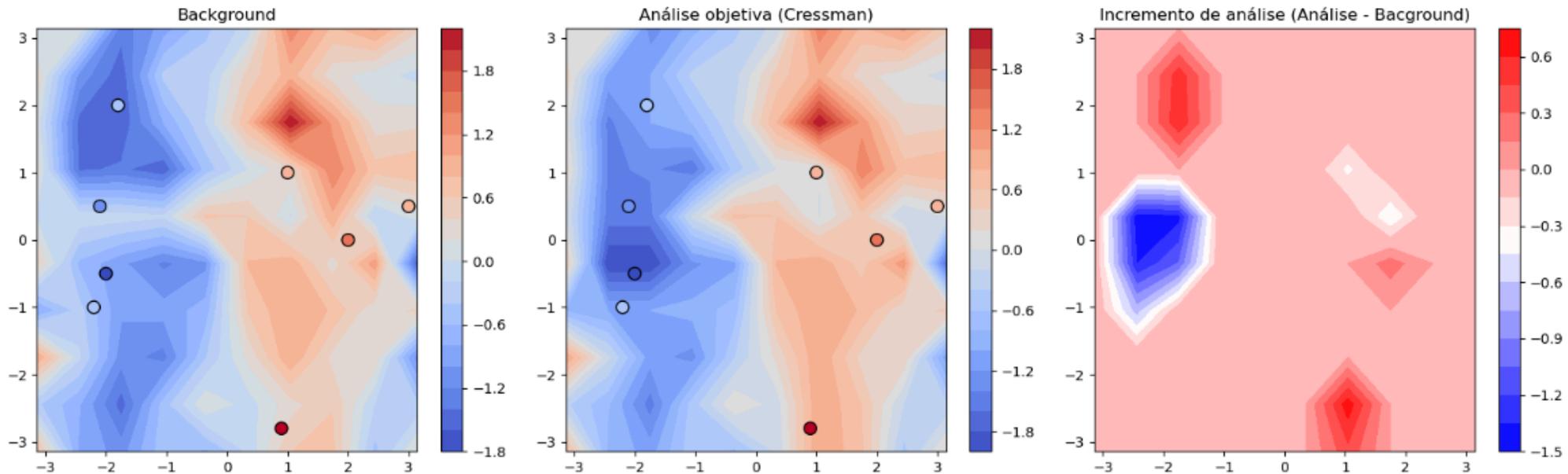


Histórico da Assimilação de Dados

An Operational Objective Analysis System (Cressman, 1959)

Exemplo 2D

- O que acontece quando escolhemos apenas 1 raio? $R = 0.5$

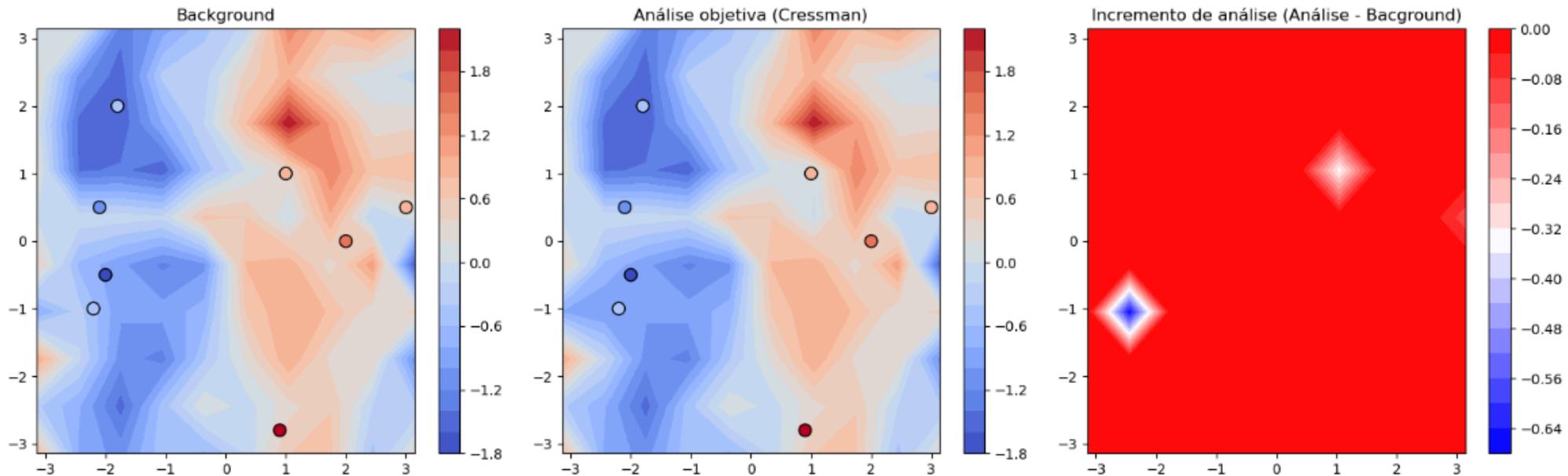


Histórico da Assimilação de Dados

An Operational Objective Analysis System (Cressman, 1959)

Exemplo 2D

- O que acontece quando escolhemos apenas 1 raio? $R = 0.25$

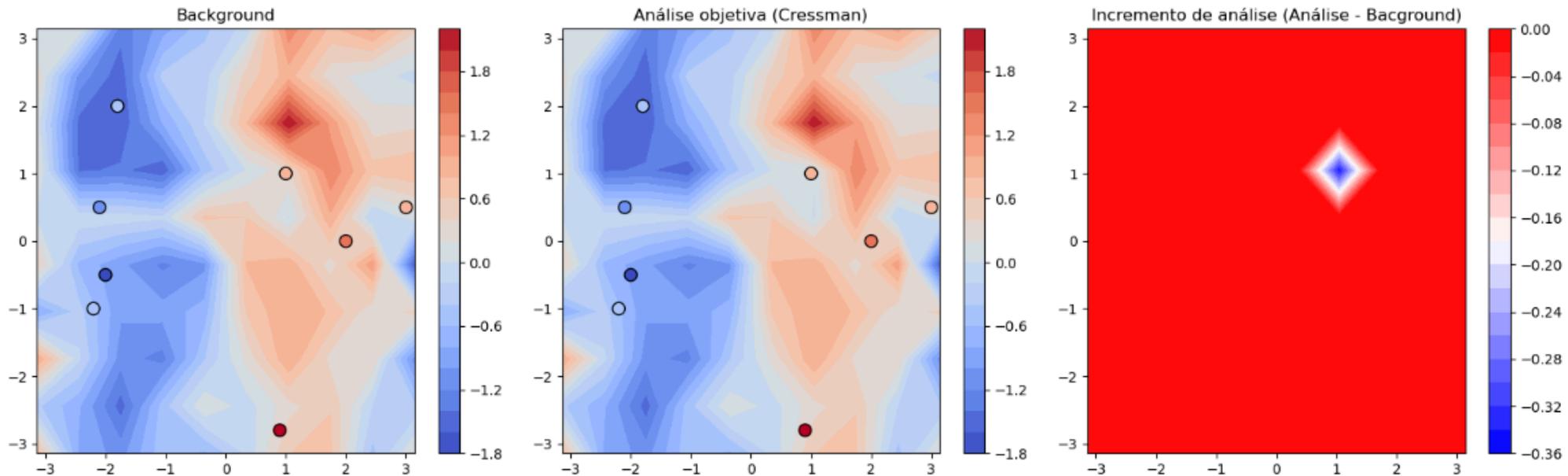


Histórico da Assimilação de Dados

An Operational Objective Analysis System (Cressman, 1959)

Exemplo 2D

- O que acontece quando escolhemos apenas 1 raio? $R = 0.175$

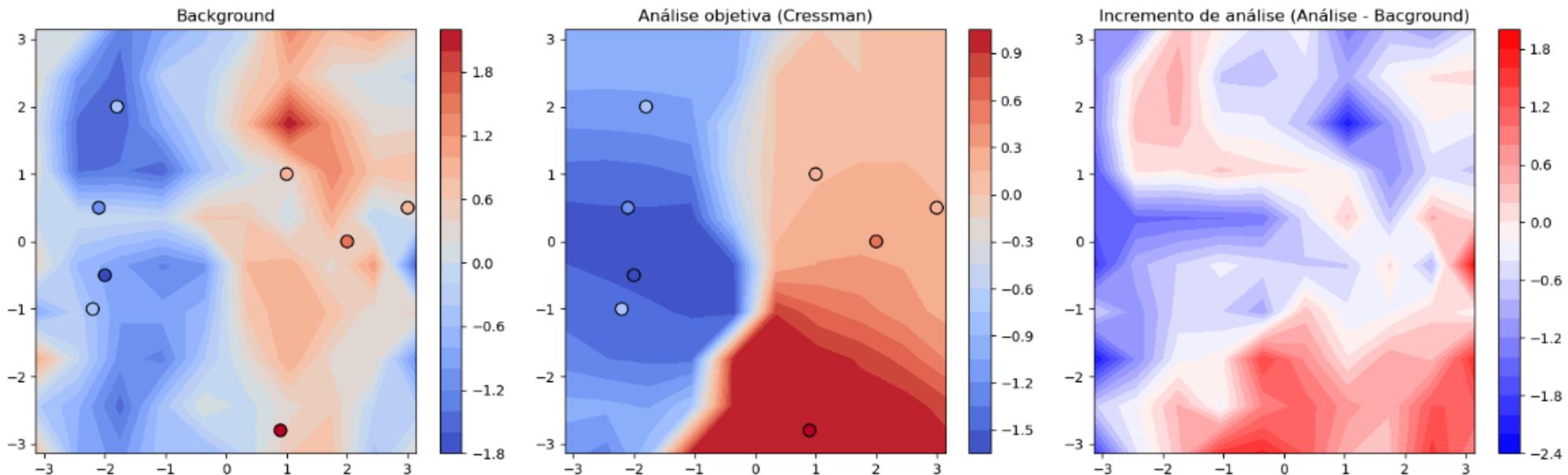


Histórico da Assimilação de Dados

An Operational Objective Analysis System (Cressman, 1959)

Exemplo 2D

- O que acontece quando escolhemos apenas 2 raios? $R = [3.0, 2.0]$

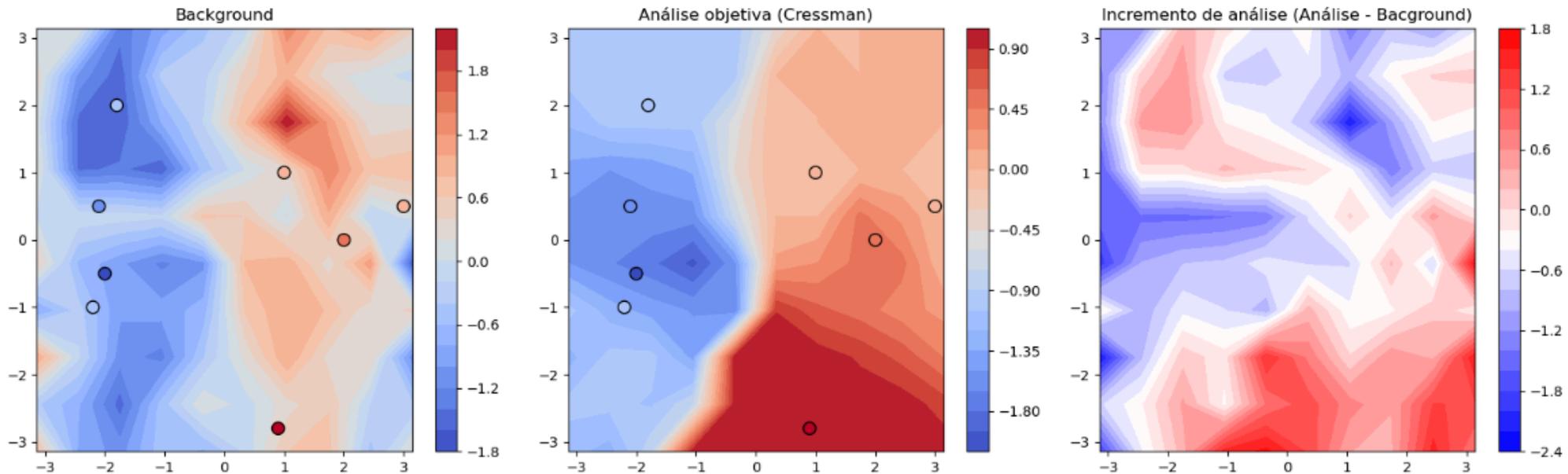


Histórico da Assimilação de Dados

An Operational Objective Analysis System (Cressman, 1959)

Exemplo 2D

- O que acontece quando escolhemos 3 raios? $R = [3.0, 2.0, 1.0]$

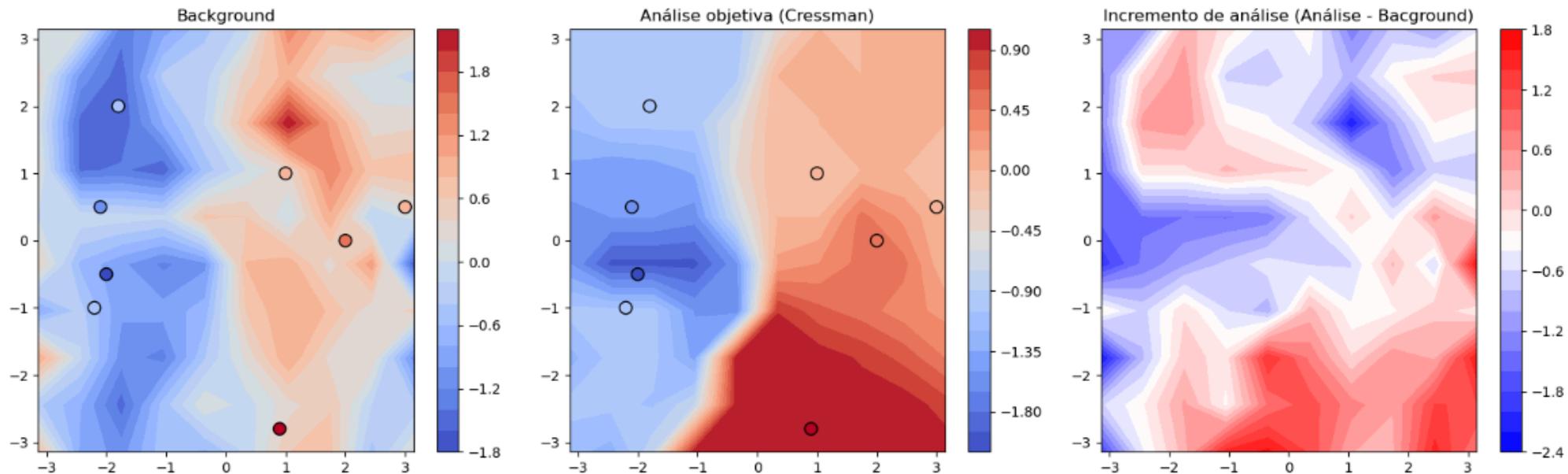


Histórico da Assimilação de Dados

An Operational Objective Analysis System (Cressman, 1959)

Exemplo 2D

- O que acontece quando escolhemos 4 raios? $R = [3.0, 2.0, 1.0, 0.5]$

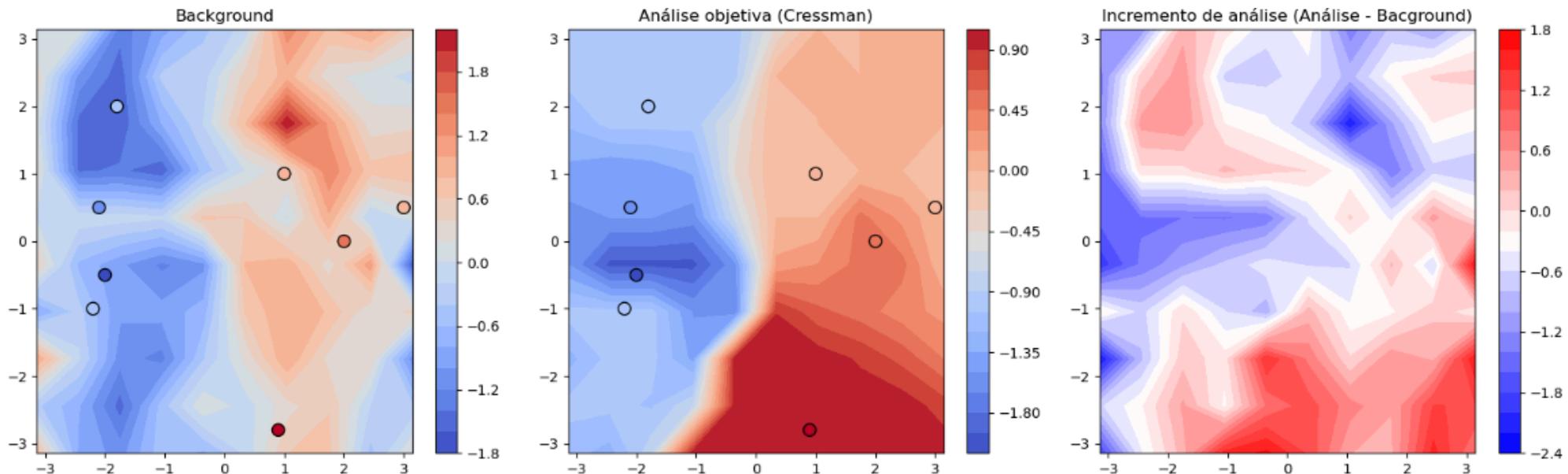


Histórico da Assimilação de Dados

An Operational Objective Analysis System (Cressman, 1959)

Exemplo 2D

- O que acontece quando escolhemos 5 raios? $R = [3.0, 2.0, 1.0, 0.5, 0.25]$

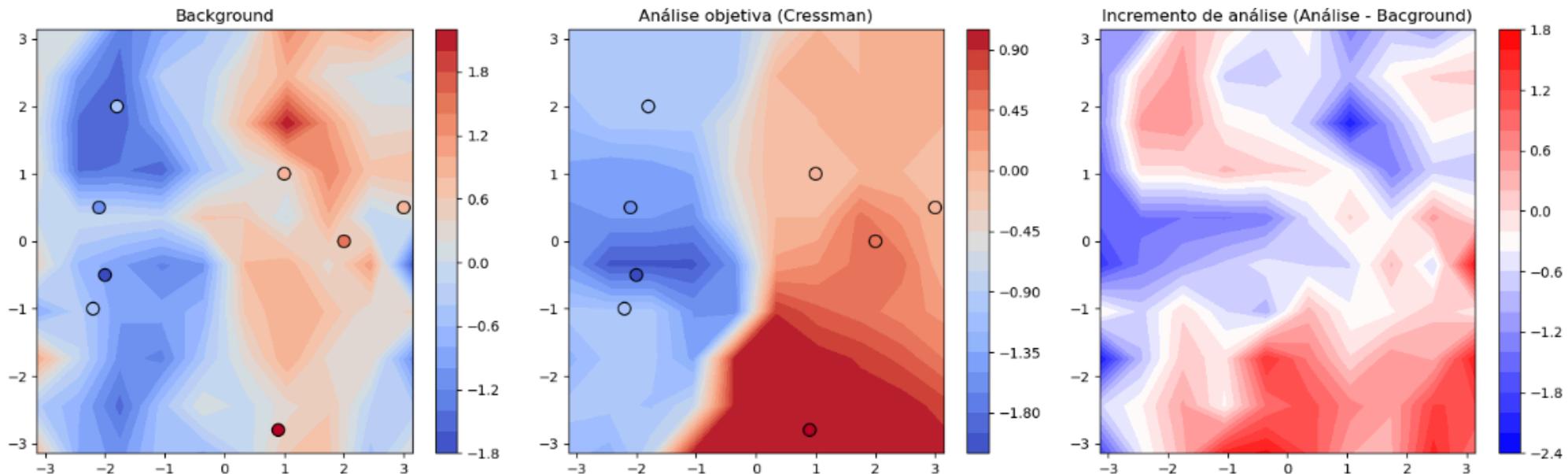


Histórico da Assimilação de Dados

An Operational Objective Analysis System (Cressman, 1959)

Exemplo 2D

- O que acontece quando escolhemos 6 raios? $R = [3.0, 2.0, 1.0, 0.5, 0.25, 0.175]$



Histórico da Assimilação de Dados

An Operational Objective Analysis System (Cressman, 1959)

🎲 Notebook com [Atividade Prática 4](#)

- Insights e questões interessantes que surgiram durante a aula 💡:
 - 🗨️ Como generalizar a determinação do raio de influência nos pontos de grade a serem analisados?
 - 🗨️ Como fazer com que os raios de influência possam ser distintos entre os pontos de grade?
 - A densidade de observações ao redor de cada ponto de grade seria um meio para isto?
 - 🗨️ Como fica a assimilação das observações na vertical? Os métodos empíricos que vimos até agora, contabilizam a estrutura vertical do modelo ou apenas a estrutura horizontal?
 - 🗨️ Como devem ser definidos os valores dos raios de influência?
 - A resolução do modelo seria um critério a ser utilizado?

🤔 Dúvidas

<https://cfbstarz.github.io/met563-3/>

<https://github.com/cfbstarz/MET563-3>

carlos.bastarz@inpe.br

