



Introdução à Assimilação de Dados (MET 563-3)

Histórico da Assimilação de Dados - Análise de Bergthórsson e Döös (1955)

Dr. Carlos Frederico Bastarz

Dr. Dirceu Luis Herdies

Programa de Pós-Graduação em Meteorologia
(PGMET) do INPE

29 de Setembro de 2025

Histórico da Assimilação de Dados

Marcos Históricos no CPTEC

- **1995:** Primeiro sistema de AD: Interpolação Ótima
 - Sistema Japonês
- **1997:** Implementação do PSAS
 - Parceria com o DAO /NASA
- **2008:** Testes com o LETKF
 - Parceria com a UMD
- **2012:** Implementação do GSI
 - Parceria com o GMAO /NASA
- **2025:** Implementação do JEDI
 - Parceria com o NCAR

- ♦ PSAS: *Physical-space Statistical Analysis System*
- ♦ DAO: *Data Assimilation Office*
- ♦ UMD: *University of Maryland*
- ♦ GMAO: *Global Modeling and Assimilation Office*



Histórico da Assimilação de Dados

Marcos Históricos no Mundo

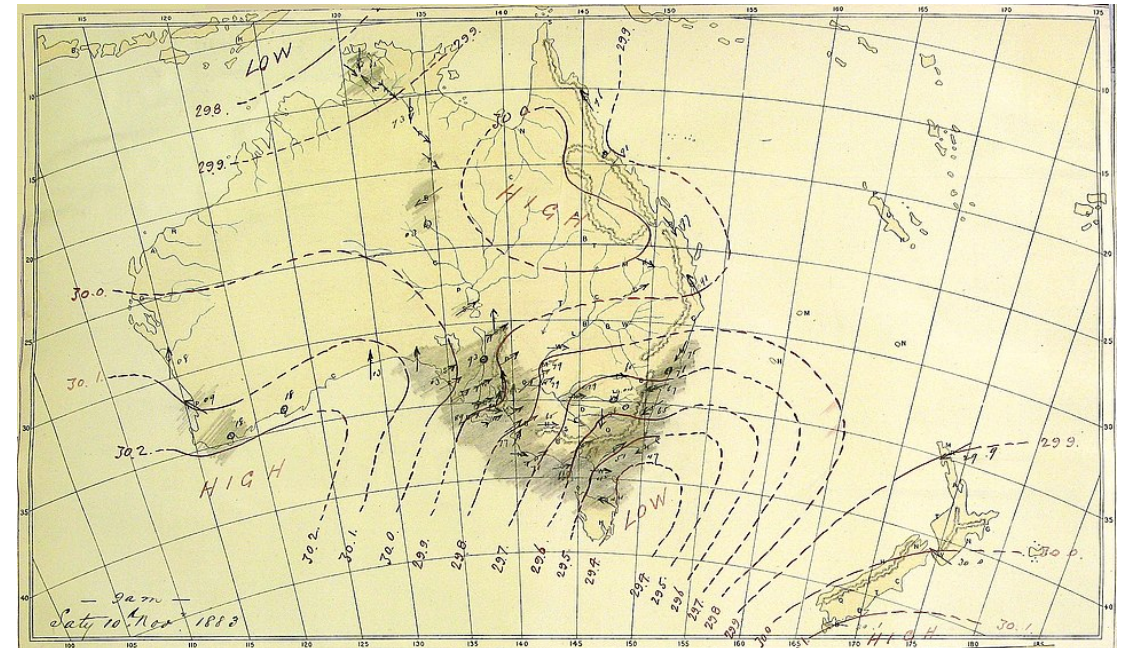
- **Richardson, 1922:** *Weather Prediction by Numerical Process* (<https://x.gd/4ccVg>)
 - Primeira tentativa de análise objetiva manual
- **Panofsky, 1949:** *Objective Weather Map Analysis* (<https://x.gd/sBmUk>)
 - Ajuste do campo de análise por meio de um polinômio interpolador global
- **Bergthórsson e Döös, 1955:** *Numerical Weather Map Analysis* (<https://x.gd/qmxVS>)
 - Combinação de background e observações
- **Cressman, 1959:** *An Operational Objective Analysis System* (<https://x.gd/DkMuD>)
 - Acrescenta raio de influência
- **Gandin, 1963:** *Objective Analysis of Meteorological Fields* (<https://x.gd/TKtbo>)
 - Formalização estatística
- **BLUE** ♦ e métodos modernos
 - Modelagem explícita das estatísticas

♦ BLUE: *Best Linear Unbiased Estimator*

Histórico da Assimilação de Dados

Análise Subjetiva

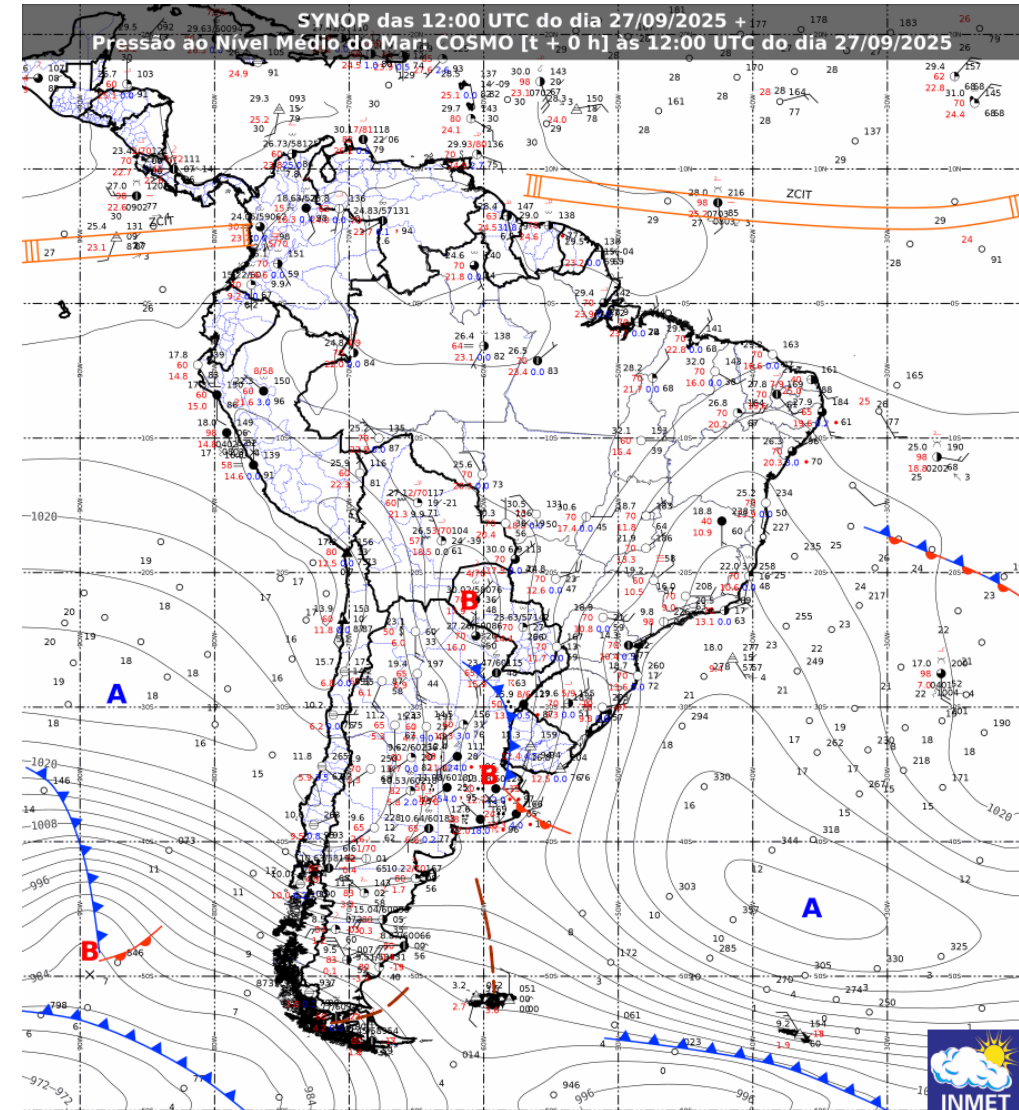
- Análise produzida manualmente pelo meteorologista previsor (analista) a partir de observações distribuídas irregularmente
 - Depende muito da experiência e conhecimento físico do analista sobre a atmosfera
 - Muito utilizada até a década de 1950, antes do uso dos computadores digitais para a previsão numérica de tempo
 - Resultados difíceis de reproduzir devido à subjetividade do analista



Histórico da Assimilação de Dados

Análise Objetiva

- Análise produzida por meio de algoritmos matemáticos e estatísticos para transformar dados observacionais irregulares em campos regulares (grades)
 - Utiliza métodos estatísticos, interpolação, ponderação por erro e covariância
 - Resultados podem ser reproduzíveis
 - Permite a automatização dos processos e uso em larga escala
 - Reduz a subjetividade
 - Necessidade da modelagem dos erros e correlações espaciais



Histórico da Assimilação de Dados

Lewis Fry Richardson

- **Pioneiro da Previsão Numérica do Tempo:**
 - Propôs usar equações da dinâmica resolvidas numericamente para prever o tempo
 - Resolveu manualmente uma previsão de 6 horas para a pressão atmosférica (levou semanas); o resultado foi ruim, mas revolucionário
- **Fábricas de previsões:**
 - Imaginou centros com centenas de pessoas calculando em paralelo diferentes regiões do planeta
- **Equações numéricas:**
 - Propôs métodos iniciais de discretização das equações atmosféricas (diferenças finitas), uma das sementes do desenvolvimento posterior de modelos como ENIACC







Histórico da Assimilação de Dados

O mundo nos anos 1950

- Pós segunda guerra mundial
- Início da guerra fria
- Primeiros computadores comerciais (UNIVAC - 1951)
 - Transistores já começaram a substituir as válvulas
- Motores a jato chegam à aviação comercial
- Corrida espacial (URSS lança o Sputnik 1 - 1957)
- Criação da NASA - 1958
- Testes com mísseis balísticos



Histórico da Assimilação de Dados

Tecnologia nos anos 1950

- Na imagem ao lado, máquina IBM ♦ 704 (1954) na NACA ♦
 - Fonte:
https://en.wikipedia.org/wiki/IBM_704

♦ IBM: *International Business Machines*

♦ NACA: *National Advisory Committee for Aeronautics*

Histórico da Assimilação de Dados

Tecnologia nos anos 1950

- Na imagem ao lado, exemplo de máquina teletipo utilizada pela NOAA ♦
 - Fonte:
<https://www.galleyrack.com/images/artifice/telegraphy/tty/gallery/noaa/wea01816.jpg>



♦ NOAA: *National Oceanic and Atmospheric Administration*

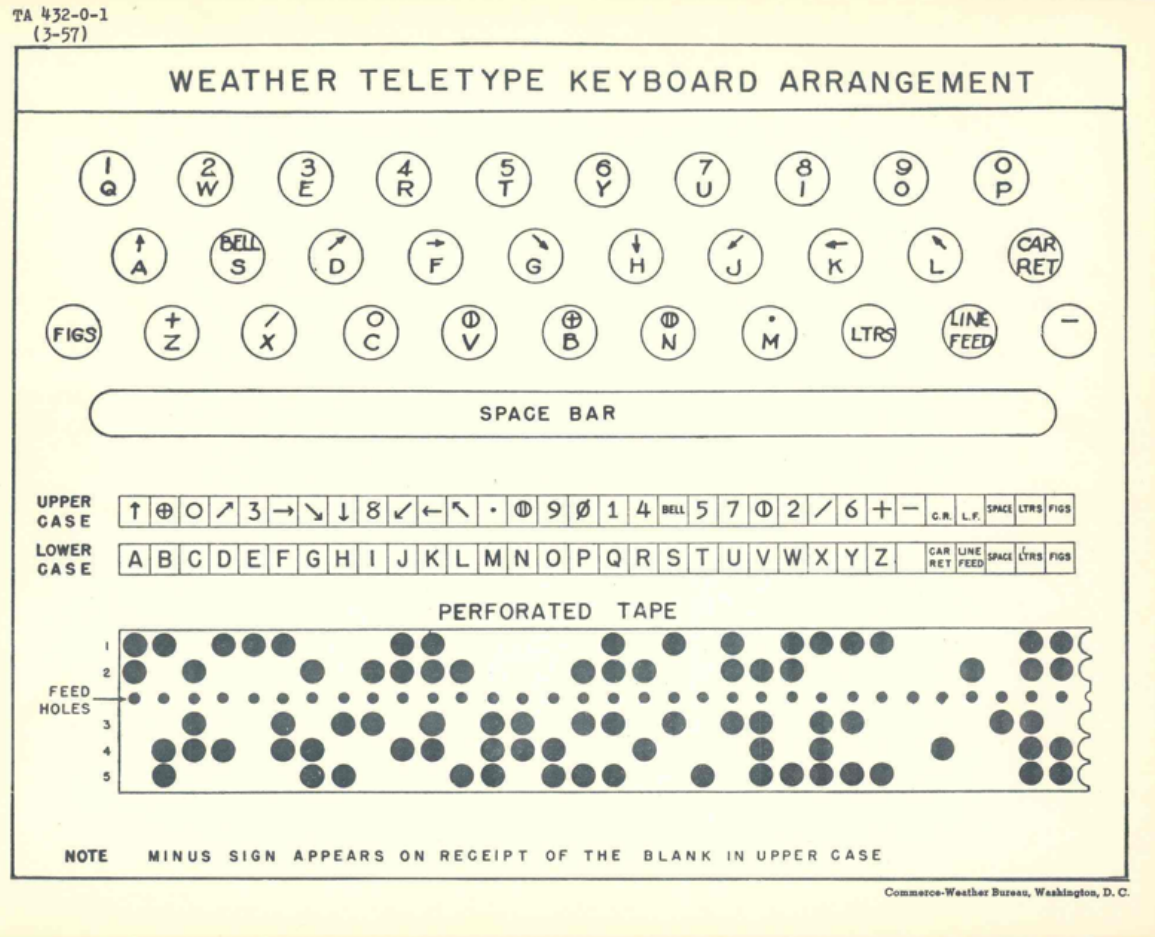
Histórico da Assimilação de Dados

Tecnologia nos anos 1950

- Na imagem ao lado, exemplo de mapa de teclado de uma máquina teletipo para uso em previsão de tempo

- Fonte:

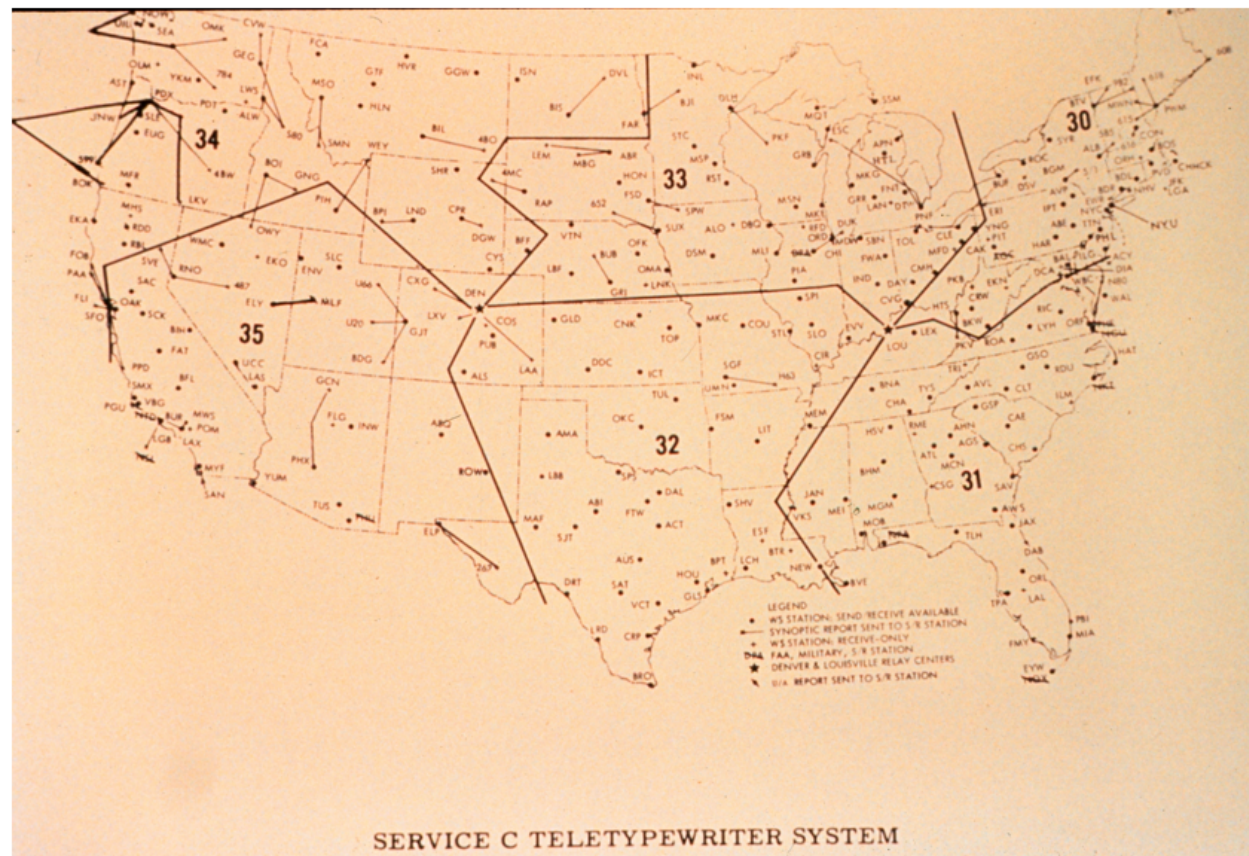
<https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/a/a7/WeatherTeletypeChart.jpg>



Histórico da Assimilação de Dados

Tecnologia nos anos 1950

- Na imagem ao lado, exemplo de uma carta sinótica impressa por uma máquina teletipo
 - Fonte:
<https://www.galleyrack.com/images/artifice/telegraphy/tty/gallery/noaa/wea01819.jpg>



Histórico da Assimilação de Dados

Até 1954

- Primeiros experimentos em PNT foram realizados por meio da **análise subjetiva** (interpolação manual das observações em ponto de grade)
- Primeiras tentativas de **análise objetiva** (interpolação matemática das observações):
 - Panofsky, 1949: polinômio "global" (o mesmo polinômio é usado em toda a grade)
 - Problema: como tratar regiões com poucas observações?
 - Gilchrist e Cressman (1954): polinômio "local" (um polinômio é definido para cada ponto de grade)

Como automatizar o procedimento de análise objetiva e torná-lo operacional (baixo tempo de computação e erro comparável com a da análise subjetiva)?

Histórico da Assimilação de Dados

Numerical Weather Map Analysis (Bergthórsson e Döös, 1955)

Características Principais

- Novo método para a análise (objetiva) meteorológica espacial
- Automatiza o processo de análise objetiva de forma rápida e eficiente (se comparada com análise subjetiva convencional)
- Precursor do método de correções sucessivas
- Necessidade de um background ou climatologia ou uma combinação de ambos

Numerical Weather Map Analysis¹

By PÁLL BERGTHÓRSSON² and BO R. DÖÖS, University of Stockholm
(Manuscript received June 30, 1955)

Abstract

A method to analyze upper air charts numerically is presented. The analysis is expressed by the height values of the pressure surface in gridpoints. The computed height in a gridpoint is obtained as a weighted mean of height values derived from the surrounding height and wind observations, the forecast height in the point and the corresponding normal height. Nine 500 mb maps are analyzed with the aid of the Swedish computer BESK, six of these consecutive. The size of the grid was 32×41 points.

The analyses have been compared with two independent conventional analyses. The mean values of the root mean square of the differences between the numerical and the conventional analyses were 26 m and 24 m respectively and 26 m between the two conventional ones.

The root mean square of the differences between the observed and analyzed heights was 22 m in the mean. This is roughly what should be expected judging from the existing knowledge about observation errors.

Three barotropic forecasts have been computed from the numerical analyses. They are compared with the corresponding numerical forecasts from conventionally analyzed maps.

It was not possible to find any significant difference between the goodness of the forecasts based on the numerical analyses and the conventional analyses.

1. Introduction

The first attempts at numerical weather forecasting on a routine basis have been characterized by a combination of tedious manual work on one hand and electronic computations with extremely high speed on the other. The weather observations are plotted on maps, examined and analyzed. From this manual analysis values are interpolated at a great number of gridpoints and punched on a paper tape, which afterwards is checked and re-copied. Finally the electronic computer can start the forecasting procedure.

The manual part of these operations consumes time that is out of proportion to the time required for the machine computation. This, however, is not the only disadvantage.

The manual analyst cannot be expected to use systematic and quantitative methods in his interpolations and extrapolations. His work is rather a complicated curve-fitting by the eye based on a number of more or less well-established rules. The analysis will, in other words, be subjective and depending on the skill of the meteorologist. It is furthermore very difficult to avoid wiggles and irregularities of small scale which are neither desirable nor justified by observations. These may frequently amplify in the forecast computation and thus reduce the value of the final forecast. Errors in the reading and punching of values in gridpoints are also highly probable.

This leads to the conclusion that it would be desirable to devise a method to perform the analysis with the computer. Already in the early stage of experiments with numerical forecasting, PANOFKY (1949) presented a method of objective analysis. Later SMAGORINSKY (unpublished), ELIASSEN (1954), GILCHRIST and CRESSMAN (1954), and VÄISÄLÄ (unpublished) have studied this subject. These authors have presented methods which are

¹ Part of the research reported in this document has been sponsored by the Geophysics Research Directorate of the Air Force Cambridge Research Center, Air Research and Development Command, United States Air Force, under contract No. 61 (514)—648-C, through the European Office ARDC.

² Now at the Icelandic Weather Service, Reykjavik, Iceland.

Tellus VII (1955), 3

Histórico da Assimilação de Dados

Numerical Weather Map Analysis (Bergthórsson e Döös, 1955)

Características Principais

- Pesos empíricos são atribuídos ao background e observações (função da distância entre o ponto de grade e ponto da observação)
- Erros não correlacionados entre background e observações
- Erro do background é homogêneo (igual em todos os pontos de grade) e a variância é independente do local
- O erro da observação é espacialmente não correlacionado (cada estação tem o seu erro) e é uma função apenas do erro do instrumento

Numerical Weather Map Analysis¹

By PÁLL BERGTHÓRSSON² and BO R. DÖÖS, University of Stockholm
(Manuscript received June 30, 1955)

Abstract

A method to analyze upper air charts numerically is presented. The analysis is expressed by the height values of the pressure surface in gridpoints. The computed height in a gridpoint is obtained as a weighted mean of height values derived from the surrounding height and wind observations, the forecast height in the point and the corresponding normal height. Nine 500 mb maps are analyzed with the aid of the Swedish computer BESK, six of these consecutive. The size of the grid was 32×41 points.

The analyses have been compared with two independent conventional analyses. The mean values of the root mean square of the differences between the numerical and the conventional analyses were 26 m and 24 m respectively and 26 m between the two conventional ones.

The root mean square of the differences between the observed and analyzed heights was 22 m in the mean. This is roughly what should be expected judging from the existing knowledge about observation errors.

Three barotropic forecasts have been computed from the numerical analyses. They are compared with the corresponding numerical forecasts from conventionally analyzed maps.

It was not possible to find any significant difference between the goodness of the forecasts based on the numerical analyses and the conventional analyses.

1. Introduction

The first attempts at numerical weather forecasting on a routine basis have been characterized by a combination of tedious manual work on one hand and electronic computations with extremely high speed on the other. The weather observations are plotted on maps, examined and analyzed. From this manual analysis values are interpolated at a great number of gridpoints and punched on a paper tape, which afterwards is checked and re-copied. Finally the electronic computer can start the forecasting procedure.

The manual part of these operations consumes time that is out of proportion to the time required for the machine computation. This, however, is not the only disadvantage.

The manual analyst cannot be expected to use systematic and quantitative methods in his interpolations and extrapolations. His work is rather a complicated curve-fitting by the eye based on a number of more or less well-established rules. The analysis will, in other words, be subjective and depending on the skill of the meteorologist. It is furthermore very difficult to avoid wiggles and irregularities of small scale which are neither desirable nor justified by observations. These may frequently amplify in the forecast computation and thus reduce the value of the final forecast. Errors in the reading and punching of values in gridpoints are also highly probable.

This leads to the conclusion that it would be desirable to devise a method to perform the analysis with the computer. Already in the early stage of experiments with numerical forecasting, PANOFKY (1949) presented a method of objective analysis. Later SMAGORINSKY (unpublished), ELIASSEN (1954), GILCHRIST and CRESSMAN (1954), and VÄISÄLÄ (unpublished) have studied this subject. These authors have presented methods which are

¹ Part of the research reported in this document has been sponsored by the Geophysics Research Directorate of the Air Force Cambridge Research Center, Air Research and Development Command, United States Air Force, under contract No. 61 (514)-648-C, through the European Office ARDC.

² Now at the Icelandic Weather Service, Reykjavik, Iceland.

Tellus VII (1955), 3

Histórico da Assimilação de Dados

Numerical Weather Map Analysis (Bergthórsson e Döös, 1955)

Detalhes da formulação (segundo Daley, 1991 ♦)

- Considere uma única observação no ponto $\mathbf{r}_k$
- Considere duas estimativas de f no ponto de grade $\mathbf{r}_i$:

$$f_B(\mathbf{r}_i)$$
$$f_B(\mathbf{r}_i) + [f_O(\mathbf{r}_k) - f_B(\mathbf{r}_k)]$$

- Onde,
 - $f_B(\mathbf{r}_i)$ é o background no ponto de grade $\mathbf{r}_i$
 - $f_O(\mathbf{r}_k) - f_B(\mathbf{r}_k)$ é a diferença entre a observação $f_O(\mathbf{r}_k)$ e o background $f_B(\mathbf{r}_k)$, sendo esta diferença constante ao longo da curva que une os pontos de grade $\mathbf{r}_k$ e $\mathbf{r}_i$

♦ Daley, R. "Atmospheric Data Analysis". Cambridge Atmospheric And Space Science Series, 1991. pp. 64-69.

Histórico da Assimilação de Dados

Numerical Weather Map Analysis (Bergthórsson e Döös, 1955)

Detalhes da formulação (segundo Daley, 1991 ♦)

- A análise de Bergthórsson e Döös combina estas duas estimativas da seguinte forma:

$$f_A(\mathbf{r}_i) = f_B(\mathbf{r}_i) + W[f_O(\mathbf{r}_k) - f_B(\mathbf{r}_k)]$$

$$W = \frac{E_O^{-2}(k)w(\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i)}{E_B^{-2} + E_O^{-2}(k)w(\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i)}$$

- O que acontece quanto às posições relativas do ponto de estação e do ponto de grade:
 - Quando $\mathbf{r}_k = \mathbf{r}_i$ (pontos de grade e estação coincidem), então $w(\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i) = 1$
 - Quando $|\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i| \rightarrow \infty$ (distância entre os pontos aumenta), então $w(\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i) \rightarrow 0$

♦ Daley, R. "Atmospheric Data Analysis". Cambridge Atmospheric And Space Science Series, 1991. pp. 64-69.

Histórico da Assimilação de Dados

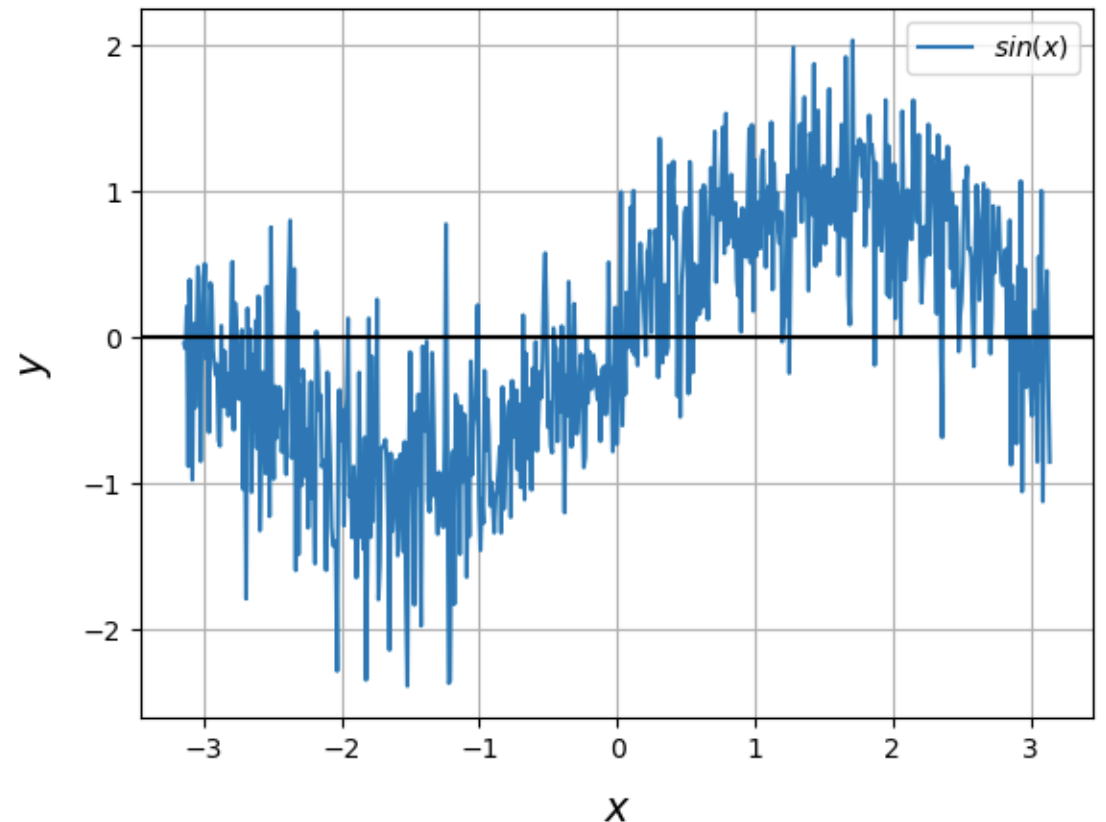
Numerical Weather Map Analysis (Bergthórsson e Döös, 1955)

Exemplo 1D

- Considere um modelo matemático simples:

$$f(\mathbf{x}) = \sin(\mathbf{x}) + \varepsilon, \quad \varepsilon \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2), \quad -\pi \leq \mathbf{x} \leq \pi$$

- A função seno com a adição de um ruído normalmente distribuído



Histórico da Assimilação de Dados

Numerical Weather Map Analysis (Bergthórsson e Döös, 1955)

Exemplo 1D

- Dentro do domínio do nosso modelo, definimos algumas observações, junto com as suas posições (ambos arbitrários):

```
# Posições  
obs_pos = np.array([-2.2, -2.1, -2.0, -1.8, 0.9, 1, 2, 3])
```

```
# Valores medidos  
obs_vals = np.array([-2.2, -1.8, 0.9, 0, 1, 2, 3, 4])
```

Histórico da Assimilação de Dados

Numerical Weather Map Analysis (Bergthórsson e Döös, 1955)

Exemplo 1D

- Definiremos uma função peso Gaussiana simplificada que terá o mesmo efeito proposto por Bergthórsson e Döös (1955)
- L é o desvio-padrão e sua função é a de modular a influência das observações na análise

```
def weight(dx, L=L):  
    return np.exp(-(dx**2)/(2*L**2))
```

Histórico da Assimilação de Dados

Numerical Weather Map Analysis (Bergthórsson e Döös, 1955)

Exemplo 1D

- Inicializamos a análise como sendo o background
- Aplicamos a função para cada observação contida dentro do domínio
- A depender o valor de L , a análise resultante será mais ou menos influenciada pelas observações

```
# Inicializa análise como background
xa = xb.copy()

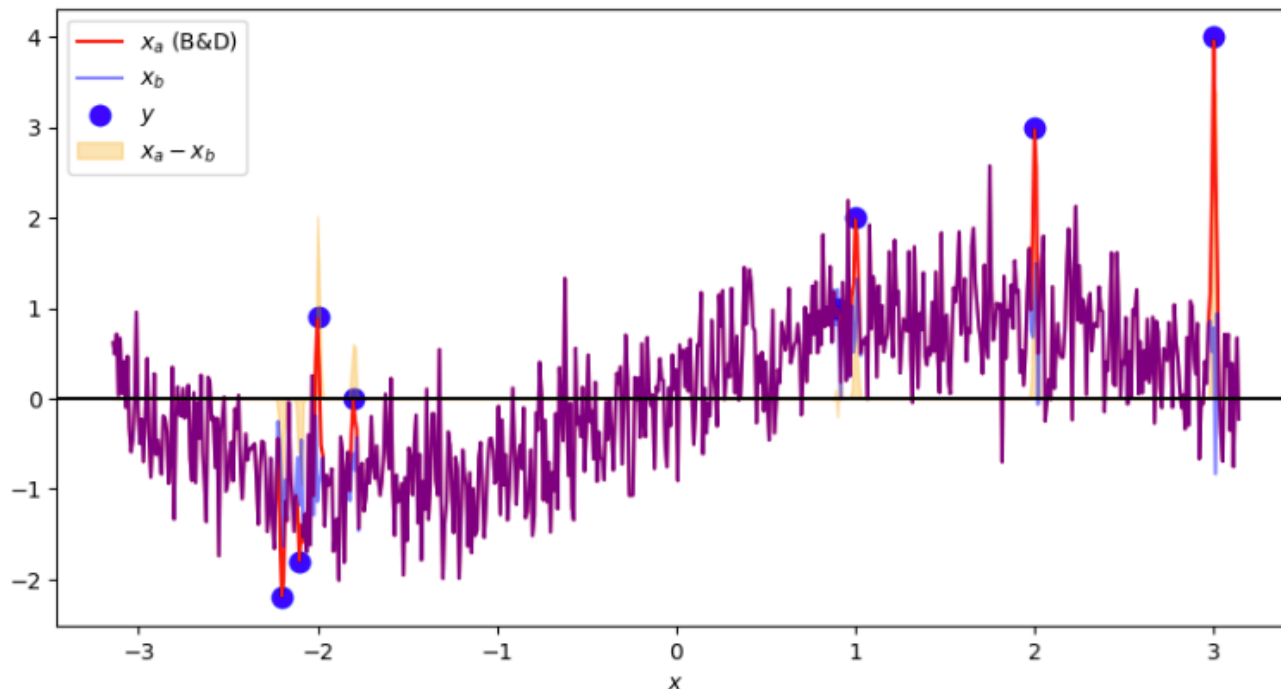
# Aplica a correção observação por observação
for xo, yo in zip(obs_pos, obs_vals):
    dx = x - xo
    w = weight(dx, L=L)
    xa = (1-w)*xa + w*yo
```

Histórico da Assimilação de Dados

Numerical Weather Map Analysis (Bergthórsson e Döös, 1955)

Exemplo 1D

- $L = 0,01$

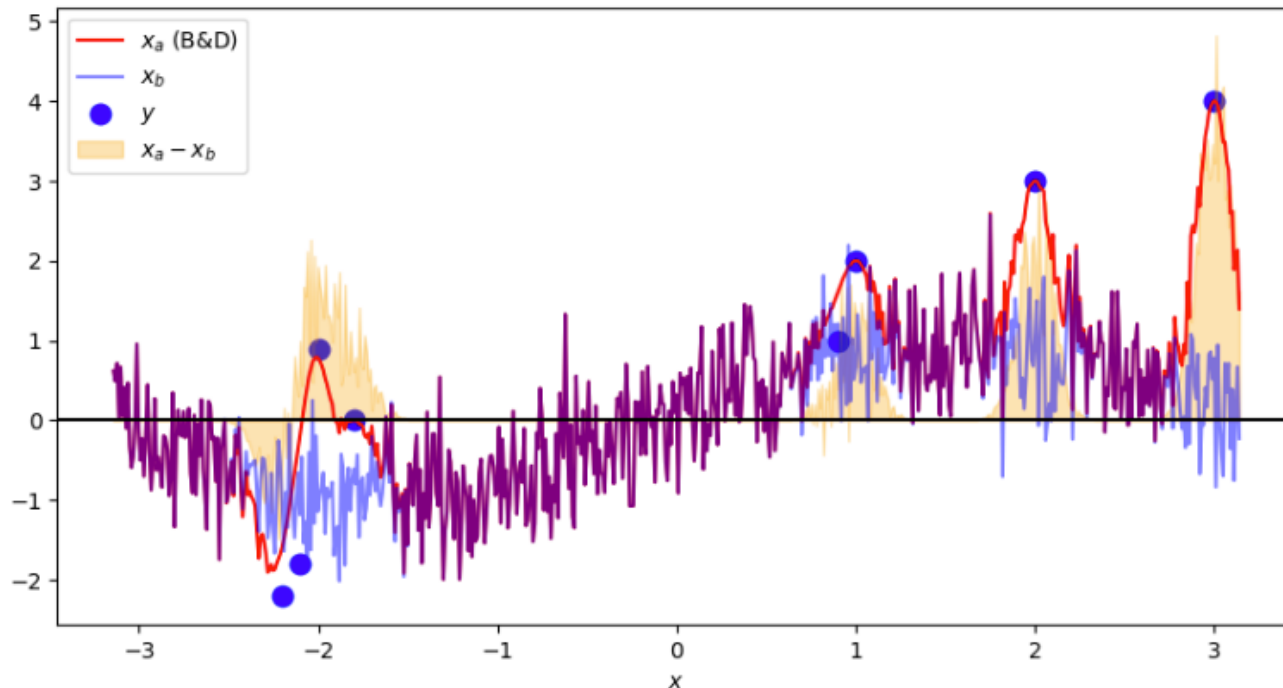


Histórico da Assimilação de Dados

Numerical Weather Map Analysis (Bergthórsson e Döös, 1955)

Exemplo 1D

- $L = 0, 1$

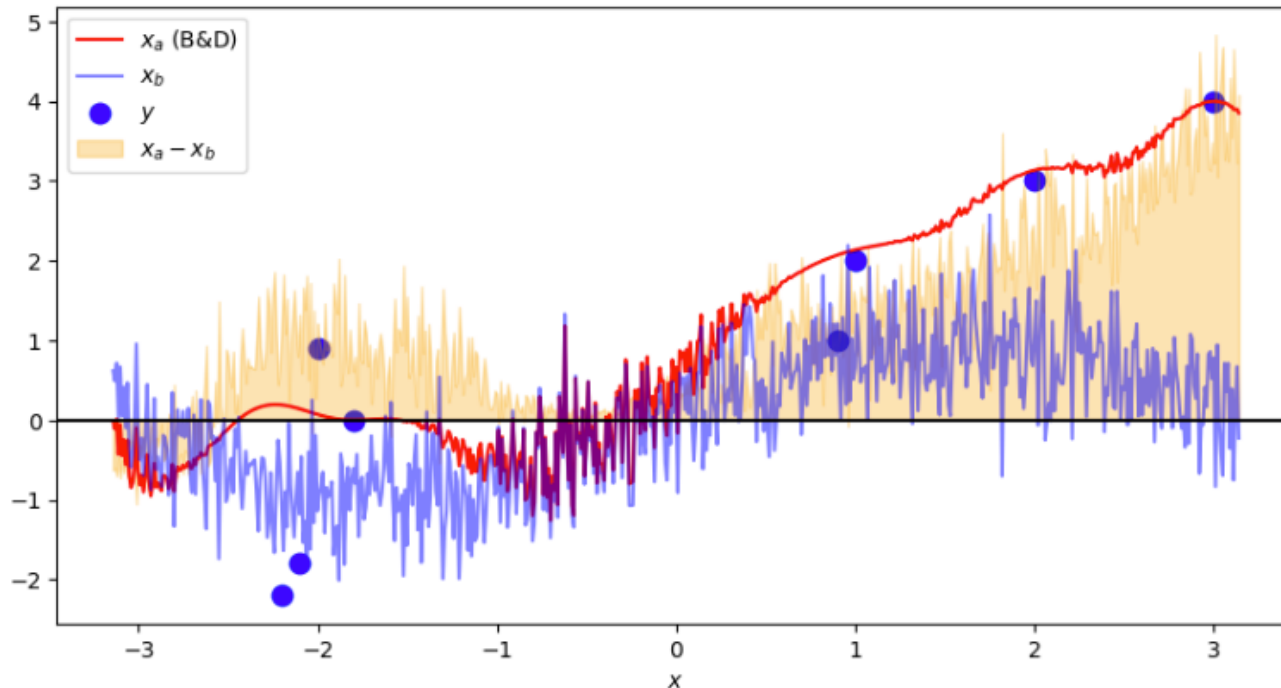


Histórico da Assimilação de Dados

Numerical Weather Map Analysis (Bergthórsson e Döös, 1955)

Exemplo 1D

- $L = 0,5$

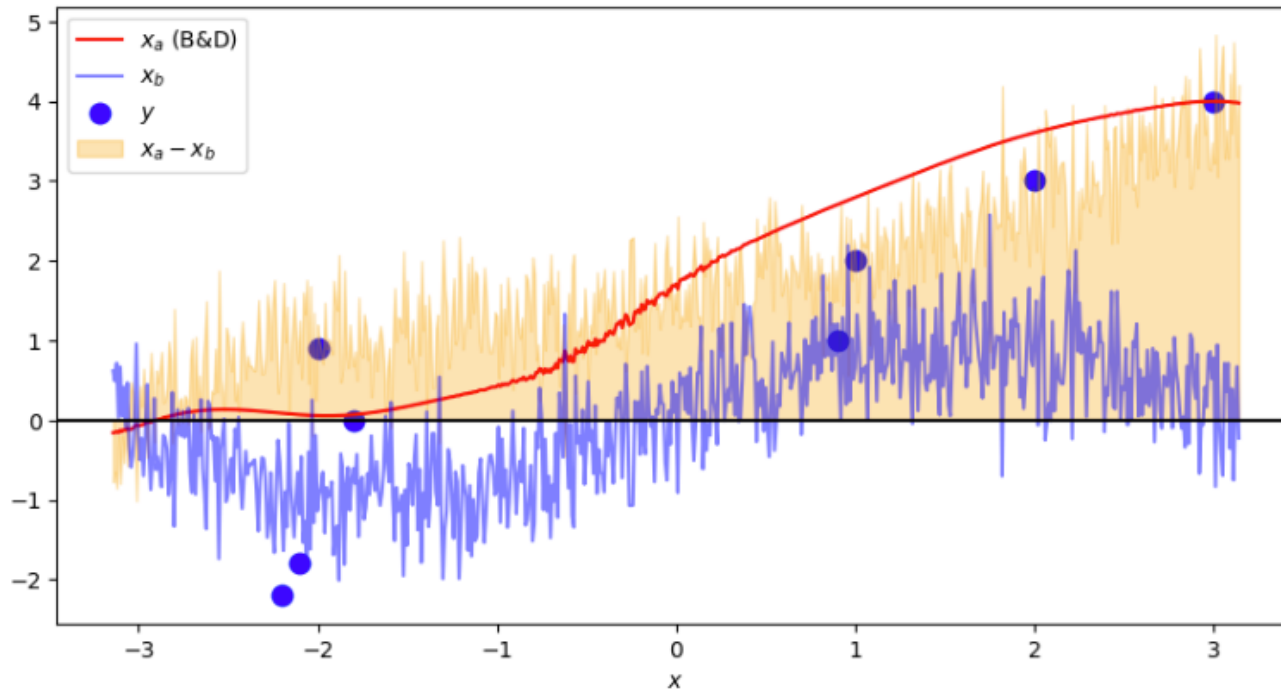


Histórico da Assimilação de Dados

Numerical Weather Map Analysis (Bergthórsson e Döös, 1955)

Exemplo 1D

- $L = 1$



Histórico da Assimilação de Dados

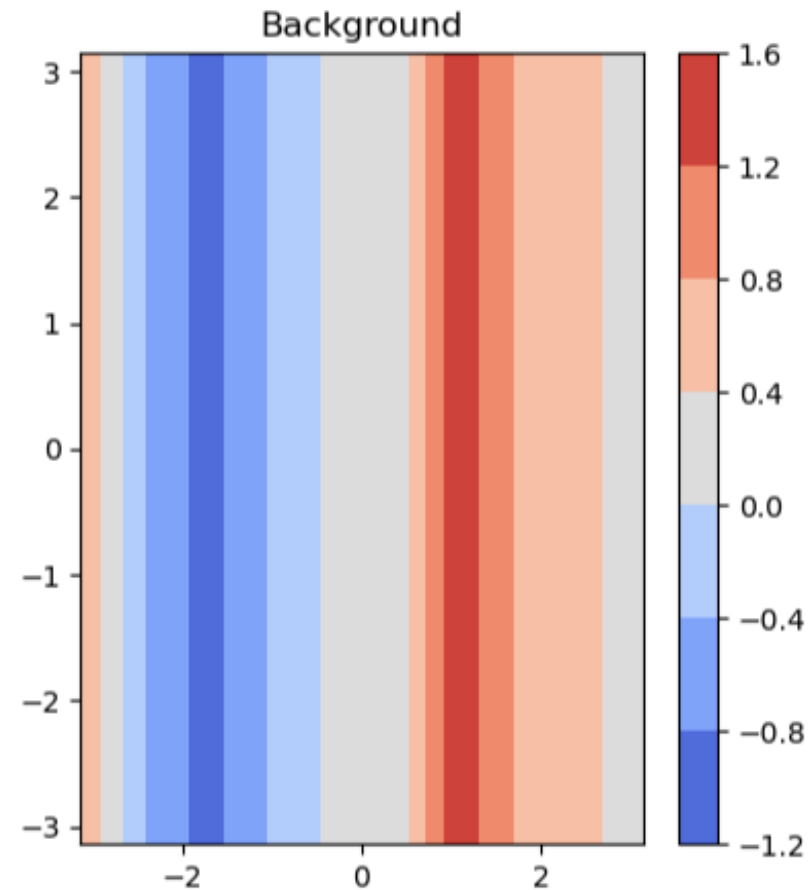
Numerical Weather Map Analysis (Bergthórsson e Döös, 1955)

Exemplo 2D

- Considere um modelo matemático simples:

$$f(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \sin(\mathbf{x}) + \varepsilon, \quad \varepsilon \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2), \quad -\pi \leq \mathbf{x} \leq \pi, \quad -\pi \leq \mathbf{y} \leq \pi$$

- A função seno com a adição de um ruído normalmente distribuído
- Definimos um plano Cartesiano de 100 pontos onde esta função será aplicada



Histórico da Assimilação de Dados

Numerical Weather Map Analysis (Bergthórsson e Döös, 1955)

Exemplo 2D

- Iniciamos com a definição do domínio e da malha onde o modelo será aplicado:

```
lon = np.linspace(-np.pi, np.pi, 10)  
lat = np.linspace(-np.pi, np.pi, 10)  
  
LON, LAT = np.meshgrid(lon, lat)
```

Histórico da Assimilação de Dados

Numerical Weather Map Analysis (Bergthórsson e Döös, 1955)

Exemplo 2D

- Resolvemos o modelo para todos os pontos do domínio, somando o ruído normalmente distribuído ao final:

```
xb_seno = np.sin(LON)

sigma = 0.5 # desvio-padrão do ruído
ruído = np.random.randn(len(LON)) * sigma

xb = xb_seno + ruído
```

Histórico da Assimilação de Dados

Numerical Weather Map Analysis (Bergthórsson e Döös, 1955)

Exemplo 2D

- Em seguida, determinamos junto com a sua posição, algumas observações a serem consideradas dentro do domínio:

```
# Posições  
obs_locs = np.array([[ -2, -2],  
                    [ 0,  0],  
                    [ 2,  2]])
```

```
# Valores medidos  
obs_vals = np.array([-1.5, -1.0, 0.5])
```

Histórico da Assimilação de Dados

Numerical Weather Map Analysis (Bergthórsson e Döös, 1955)

Exemplo 2D

- Definiremos uma função peso Gaussiana simplificada que terá o mesmo efeito proposto por Bergthórsson e Döös (1955)
- L é o desvio-padrão e sua função é a de modular a influência das observações na análise

```
def weight(dx, dy, L=L):  
    return np.exp(-(dx**2 + dy**2)/(2*L**2))
```

Histórico da Assimilação de Dados

Numerical Weather Map Analysis (Bergthórsson e Döös, 1955)

Exemplo 2D

- Inicializamos a análise com sendo o background
- Aplicamos a função para cada observação contida dentro do domínio
- A depender do valor de L , a análise resultante será mais ou menos influenciada pelas observações

```
# Inicializa a análise como background
xa = xb.copy()

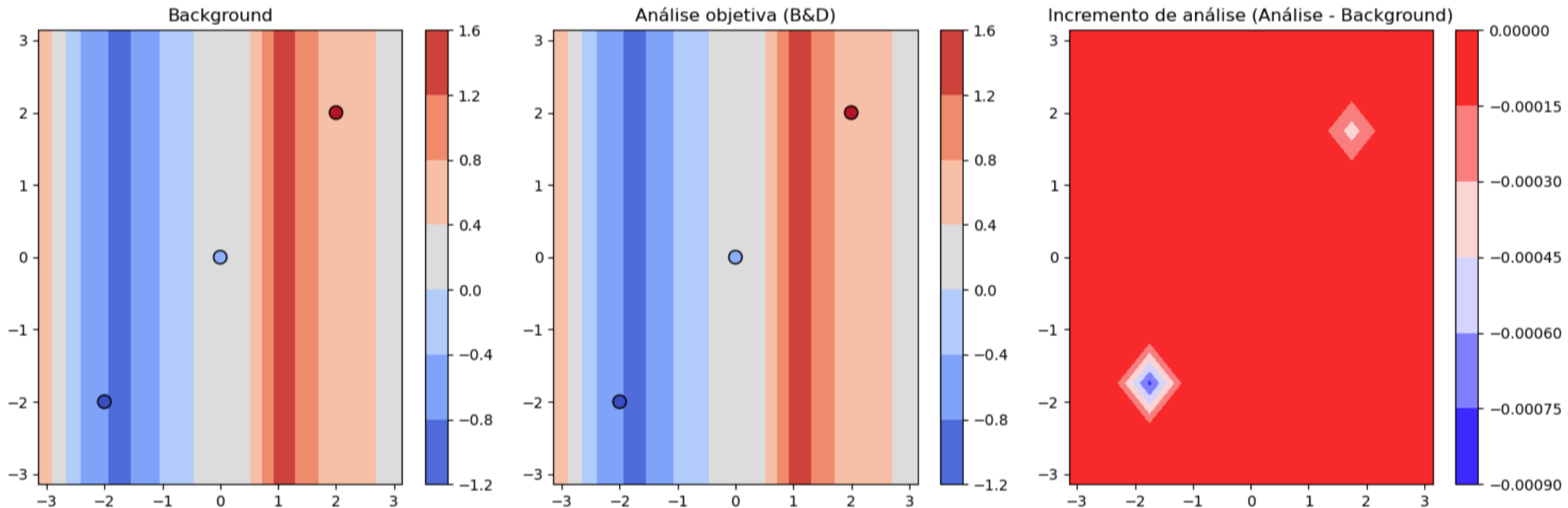
# Aplica a correção observação por observação
for (xo, yo), obs in zip(obs_locs, obs_vals):
    dx = LON - xo
    dy = LAT - yo
    w = weight(dx, dy, L=L)
    xa = (1-w) * xa + w * obs
```

Histórico da Assimilação de Dados

Numerical Weather Map Analysis (Bergthórsson e Döös, 1955)

Exemplo 2D

- $L = 0, 1$

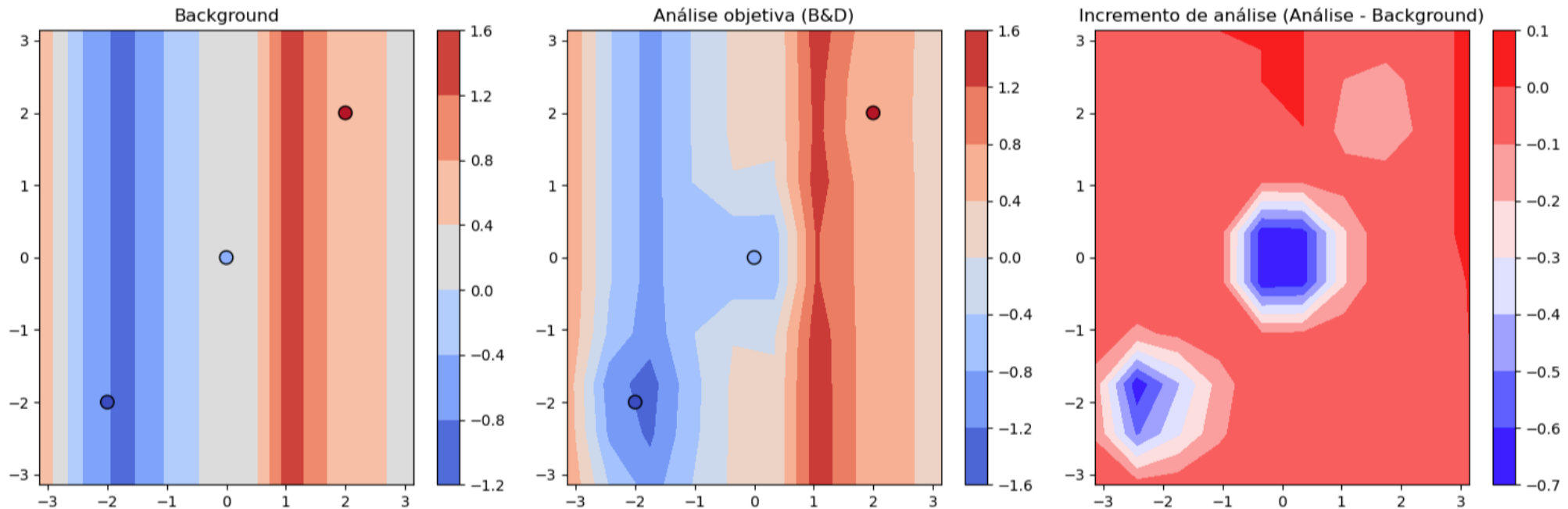


Histórico da Assimilação de Dados

Numerical Weather Map Analysis (Bergthórsson e Döös, 1955)

Exemplo 2D

- $L = 0,5$

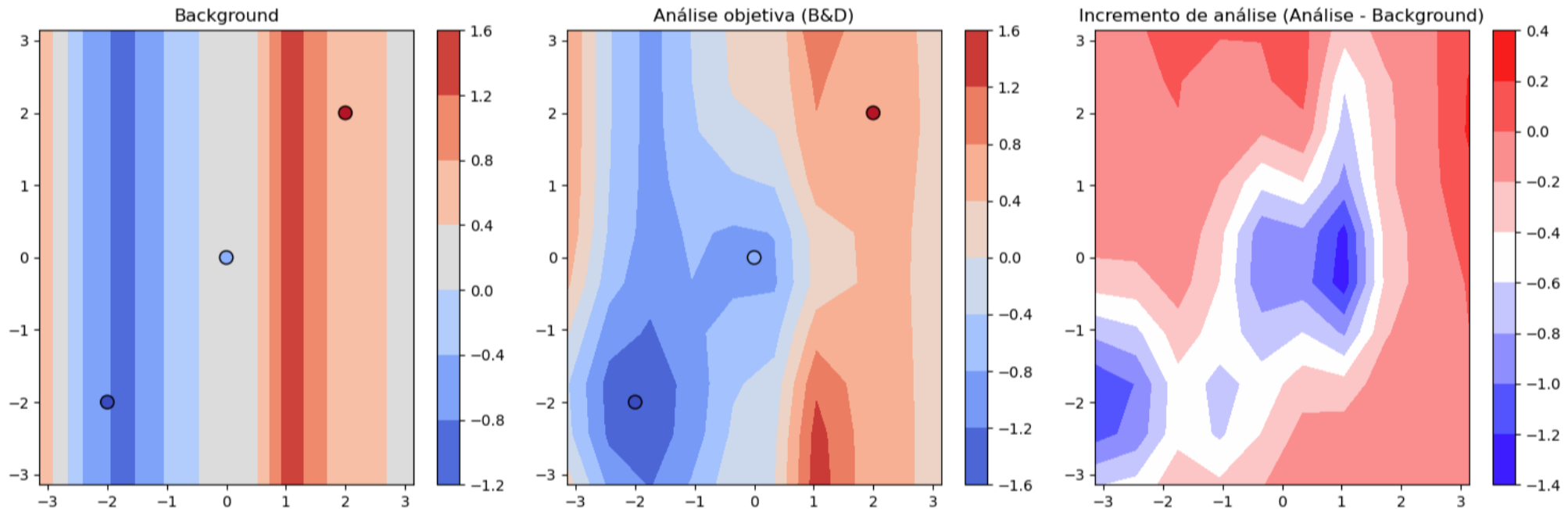


Histórico da Assimilação de Dados

Numerical Weather Map Analysis (Bergthórsson e Döös, 1955)

Exemplo 2D

- $L = 1$

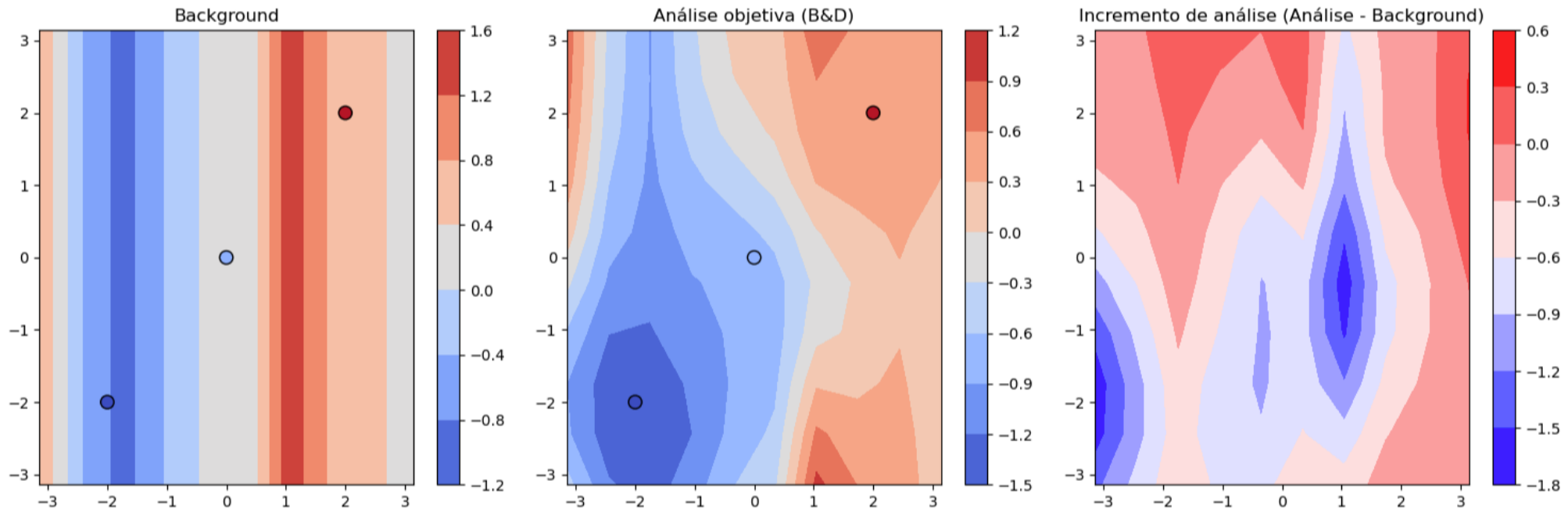


Histórico da Assimilação de Dados

Numerical Weather Map Analysis (Bergthórsson e Döös, 1955)

Exemplo 2D

- $L = 1,5$



Histórico da Assimilação de Dados

Numerical Weather Map Analysis (Bergthórsson e Döös, 1955)

 Notebook com [Atividade Prática 3](#)

🤔 Dúvidas

🔗 <https://cfbstarz.github.io/met563-3/>

👤 <https://github.com/cfbstarz/MET563-3>

✉ carlos.bastarz@inpe.br

